

グラフィックスボードを用いた Delaunay 四面体分割

鈴木 和愛 西尾 孝治 小堀 研一

大阪工業大学

1. はじめに

近年、コンピュータの性能向上により、数値解析法は 2 次元問題から 3 次元問題へと適用範囲を広げている。解析に用いるモデルを作成する場合、信頼性が高く、入力データとして頂点座標のみでよいといった理由から、一般に Delaunay 四面体分割が用いられることも多い。

本研究では、性能向上がめざましいグラフィックスボードを用いて、Delaunay 四面体分割を行う手法を提案する。提案手法では、Delaunay 分割と Voronoi 分割が双対関係にあることを利用する。グラフィックスボードを用いて 3 次元 Voronoi 図を生成し、その 3 次元 Voronoi 図から得られる情報をもとに Delaunay 四面体分割を行う。

2. 提案手法

提案手法では、Delaunay 分割と Voronoi 分割が双対関係^[1]にあることを利用し、GPU を用いて 3 次元 Voronoi 図の生成を行い、その結果を用いて Delaunay 四面体分割を行う。

本手法の処理手順を以下に示す。

- ① 3 次元 Voronoi 図の作成
- ② Voronoi 図の補正
- ③ 3 次元 Voronoi 図から得られる情報を用いて Delaunay 四面体分割

2. 1 3 次元 Voronoi 図の生成

Voronoi 図が生成されるまでの過程を図 1 に示す。説明を簡単にするため、2 次元で Voronoi 図の生成過程を説明する。

- ① 描画領域に母点を入力する。
- ② 各母点の領域を同じ大きさで円状に拡大する。
- ③ 領域を円状に拡大すると領域同士が衝突し境界線が生成される。この境界線は衝突した領域に対応する母点間の垂直二等分線を表し、これが Voronoi 辺となる。
- ④ 描画対象となる領域が埋め尽くされると、Voronoi 図の生成が終了する。

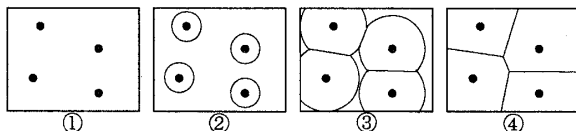


図 1 Voronoi 図生成の流れ

“A Method for Delaunay Tessellation Generation using Graphics Hardware”

Kazuchika Suzuki, Koji Nishio and Ken-ichi Kobori
Osaka Institute of Technology

3 次元 Voronoi 図を生成する場合は、領域を球状に拡大し、処理を行う。

各母点が描画されている状態を初期状態とする。このとき、各母点は異なったカラー値を持った 1 つのボクセルで表わされる。1 回の処理で各母点の領域を図 2(a) に示すような近似球で拡大させる。同図(a)の近似球は、同図(b)に示すように 5 枚の 2 次元テクスチャで表わすことができる。

図 3 に各母点の領域拡大処理の一例を示す。同図に示すように、注目しているピクセルに対して図 2(b)の近似球の範囲にあたるピクセルを参照する。参照したピクセルにカラー値を持ったピクセルがある場合に、そのカラー値を注目しているピクセルのカラー値とする。この処理を、どの母点の領域に属するか決定されていないピクセルすべてに対して行う。

以上の拡大処理を、図 4(a)に示すように 1 点の母点が入力された状態に対して 1 回行うと、同図(b)に示すような結果が得られる。また、同図(b)に対してさらに 1 回拡大処理を行うと、同図(c)に示すような結果が得られる。

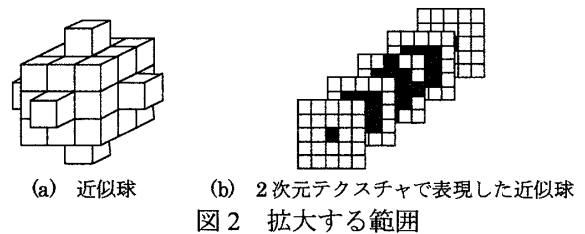


図 2 拡大する範囲

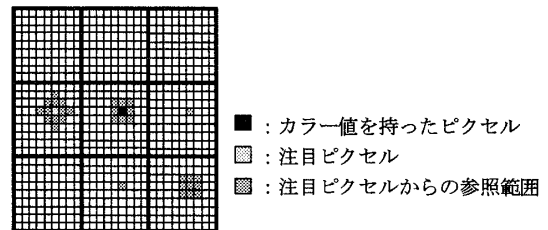


図 3 処理の一例

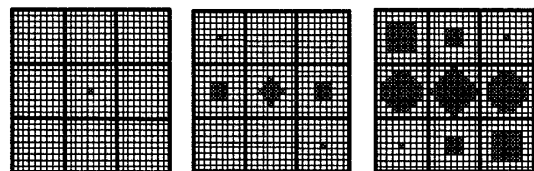


図 4 領域拡大処理の結果

2.2 Voronoi 図の補正

提案手法では、図 2(a)に示すような近似球で領域を拡大しているため、Voronoi 図には誤差が生じる。以下に誤差を補正する方法を 2 次元で説明する。

ピクセルで表現された各母点は、カラー値に各母点の ID と座標値を保持している。そこで、母点の座標を用いて Voronoi 図の誤差を補正する。

母点が図 5(a)に示すような A, B の位置にある場合、前節で説明した Voronoi 領域の拡大処理を行うと、同図(b)に示すような Voronoi 図が得られる。しかし、ここで得られる Voronoi 図には誤差が生じている可能性があるため、Voronoi 領域の隣接関係を正確に取得できない場合がある。そこで、Voronoi 図に対して補正処理を行う。

各ピクセルに注目し、8 近傍のピクセルを参照する。参照した 8 近傍のピクセルに、注目しているピクセルとは異なった母点の領域を示すピクセルがある場合、補正処理を行う。例えば、同図(b)の破線で囲まれた母点 B の領域のピクセルに注目した場合、8 近傍のピクセルの中に母点 A と母点 B の領域のピクセルがある。この場合、母点 A と母点 B のうち、どちらの母点が注目しているピクセルに近い距離の比較を行う。

そして、距離の短い方の母点のカラー値を注目しているピクセルのカラー値にする。同図(b)の破線で囲まれたピクセルに対してこの処理を行った場合、同図(c)に示すような線分 l_1 と線分 l_2 の距離の比較を行う。この場合、線分 l_1 の距離の方が短いため、同図(b)の破線で囲まれたピクセルのカラー値を母点 A のカラー値に変更する。

以上の処理を同図(b)のすべてのピクセルに対して行うと、同図(d)のような Voronoi 図が得られる。Voronoi 図に対して、この補正処理を行うことでより正確な Voronoi 図に近似させることができる。

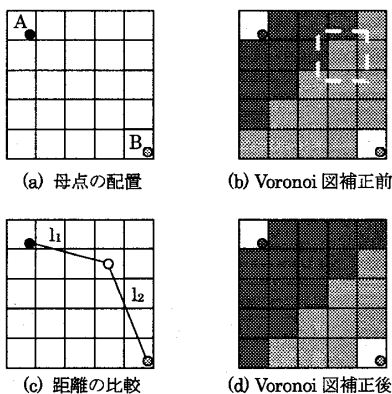


図 5 Voronoi 図の補正

2.3 四面体への変換

生成した Voronoi 図から各領域の隣接関係を取得する。隣接関係の取得は GPU を用いて行い、隣接関係にある各 Voronoi 領域に対応する母点同士を結んでいくことで、Delaunay 四面体分割に変換する。

3. 実験・考察

提案手法の有効性を検証するために実験を行った。提案手法の処理時間を計測し、検証を行った。解像度は $64 \times 64 \times 64$ で実験を行った。実験には、CPU に Intel Core2 Duo 2.66GHz, GPU に GeForce 8800GTX, メインメモリ 2GHz を使用した。図 6 に Voronoi 図の生成時間と四面体への変換時間、図 7 に提案手法の処理時間を示す。

提案手法では、図 6 に示すように母点数が増加すれば、描画結果から四面体へ変換する処理時間は増加する。しかし、Voronoi 図の生成時間は領域拡大処理の回数により決まるため、母点数が多いほど Voronoi 図の生成時間は減少し、収束する。また、Voronoi 図の生成時間は扱うテクスチャの解像度にも依存する。これらの理由から提案手法の処理時間は、図 7 に示すように Voronoi 図の生成時間が収束し始めるまで減少し、それ以降に増加するという結果となっている。

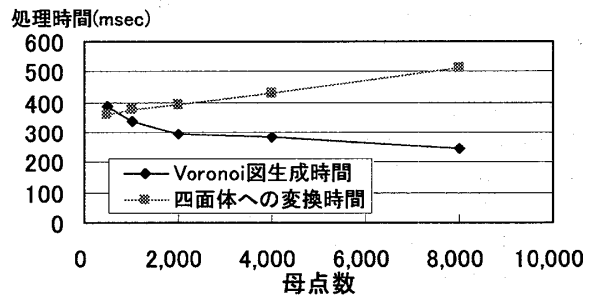


図 6 Voronoi 図生成時間と四面体への変換時間

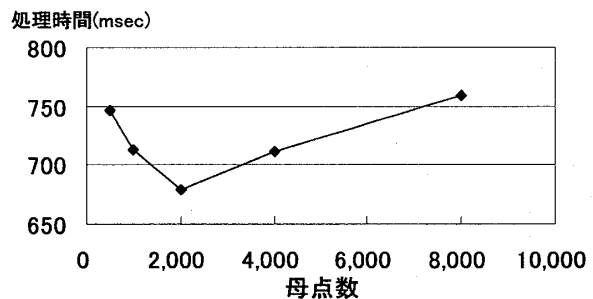


図 7 処理時間

4. おわりに

本研究では、GPU を用いて Delaunay 四面体分割を行う手法を提案した。実験では処理速度を計測した。母点数が多いほど領域拡大処理の回数が減少するため、Voronoi 図の生成時間が減少し、収束することが確認できた。

今後の課題として Delaunay 四面体分割の精度の向上が挙げられる。

参考文献

- [1] 谷口 建男, 森脇清明, “3 次元 FEM のための自動要素分割法”, 森北出版株式会社, pp.19-20, 2006