

## 直交学習を用いた複素連想メモリ\*

中田 正雄†

東京工科大学大学院

バイオ情報メディア研究科

長名 優子‡

東京工科大学

コンピュータサイエンス学部

## 1 はじめに

近年、ニューラルネットワークの分野において連想メモリに関する研究は盛んに行われており、ホップフィールドネットワーク [1], 双方向連想メモリ [2] などが提案されている。しかし、これらの連想メモリでは多値パターンを扱うことができない。また、自己組織化特徴マップを用いた連想メモリ [3] では実数値を扱うことができるが、マップ層の一つのニューロンに一つの学習パターンを対応させているのでニューロンの破壊に対してロバスト性がない。

多値情報を扱うことができるモデルとして複素ニューロンモデルが提案されており、連想メモリに複素ニューロンモデルを導入した複素連想メモリ [4][5] では多値パターンの連想が実現されている。しかしニューロン数が同じとき、複素連想メモリはホップフィールドネットワークに比べて学習可能なパターンの数が少ないことが知られている。一方で、連想メモリの学習方法として学習パターンベクトル同士を直交化することで記憶容量を増加させた直交学習が提案されている [6]。そこで本研究では、複素連想メモリの学習方法に直交学習を用いることで記憶容量の増加を目指す。

## 2 複素連想メモリ

複素連想メモリ [4] はホップフィールドネットワーク [1] の入出力、内部状態、重みを複素数値に置き換えたモデルである。\$N\$ 個の複素ニューロンを相互結合した複素連想メモリの \$n\$ 番目のニューロンのダイナミクスは以下のように表される。

$$x_n(t+1) = f \left( \sum_{j=1}^N w_{nj} x_j(t) \right) \quad (1)$$

$$x_n(t), w_{nj} \in \mathbb{C}$$

ここで \$x\_n(t)\$ は時刻 \$t\$ における \$n\$ 番目のニューロンの出力、\$w\_{nj}\$ は \$j\$ 番目のニューロンから \$n\$ 番目のニューロンへの重みである。また、式 (1) において \$f(\cdot)\$ はニューロ

\*Complex-valued Associative Memory using Orthogonal Learning

†Masao Nakada, Graduate School of Bionics, Computer and Media Science, School of Computer Science, Tokyo University of Technology

‡Yuko Osana, School of Computer Science, Tokyo University of Technology

ンの内部状態と出力との関係を与える出力関数で、以下の式で与えられる。

$$f(u) = \frac{\eta u}{\eta - 1.0 + |u|} \quad \eta \in \mathbb{R} \quad (2)$$

ここで \$\eta\$ は \$\eta > 1\$ を満たす定数である。

学習パターンの各要素 \$X\_n (n = 1, \dots, N)\$ が \$|X\_n| = 1\$ を満たしているとき、複素連想メモリにおける重み行列 \$\mathbf{w}\$ は以下の式で与えられる。

$$\mathbf{w} = \sum_{p=1}^P \mathbf{X}^{(p)} \mathbf{X}^{(p)*} - P \mathbf{I}_N \quad (3)$$

ここで \$P\$ は学習パターン数、\$\mathbf{X}^{(p)} (p = 1, 2, \dots, P)\$ は \$p\$ 番目の学習パターン、\$\mathbf{I}\_N\$ は \$N\$ 次の単位行列、\$\*\$ は共役転置を表している。\$\mathbf{X}^{(l)}\$ を入力した時の内部状態 \$\mathbf{u}^{(l)}\$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(l)} = \mathbf{w} \mathbf{X}^{(l)} &= \left( \sum_{p=1}^P \mathbf{X}^{(p)} \mathbf{X}^{(p)*} - P \mathbf{I}_N \right) \mathbf{X}^{(l)} \\ &= \mathbf{X}^{(l)} \mathbf{X}^{(l)*} \mathbf{X}^{(l)} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq l}}^P \mathbf{X}^{(p)} \mathbf{X}^{(p)*} \mathbf{X}^{(l)} - P \mathbf{X}^{(l)} \\ &= (N - P) \mathbf{X}^{(l)} + \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq l}}^P \mathbf{X}^{(p)} \mathbf{X}^{(p)*} \mathbf{X}^{(l)} \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) の右辺第 2 項はクロストークであり、学習ベクトル \$\mathbf{X}^{(l)}\$ と \$\mathbf{X}^{(p)}\$ が直交しているときには 0 となる。一般に学習するベクトル同士は必ずしも直交しているとは限らない。したがって想起時にクロストークが発生してしまうことがあり、正しい想起が行えない場合がある。

## 3 直交学習

複素連想メモリや連想メモリに用いられる相関学習法では記憶した学習ベクトルが互いに直交していればクロストークが発生しないため学習パターンを誤りなく想起できる。しかし、学習ベクトルが互いに直交していなくても 1 次独立であれば誤りなく想起できる学習方法として直交学習法がある。学習パターンの要素が 2 値の連想メモリにおける直交学習法は以下の式で表される。

$$\mathbf{w} = \mathbf{X} \mathbf{X}^{-1} \quad (5)$$

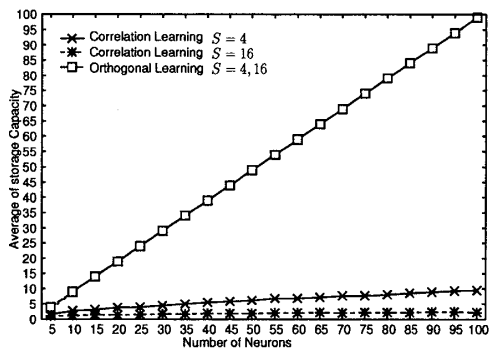


図 1: 記憶容量 (ランダムパターン)

ここで  $X = \{X^{(1)T}, X^{(2)T}, \dots, X^{(P)T}\}^T$  は学習するパターン行列である。また、 $X^{-}$  は行列  $X$  の一般化逆行列であり、以下の式で求められる。

$$X^{-} = (X^T X)^{-1} X^T \quad (6)$$

ここで  $X^T$  は  $X$  の転置行列を、 $X^{-1}$  は  $X$  の逆行列を表している。ここで一般化逆行列を用いているのは  $X$  の逆行列が存在しないことがあるからである。

本研究では複素数のパターンを学習することができるように一般化逆行列の式を以下のように変更する。

$$X^{-} = (X^* X)^{-1} X^* \quad (7)$$

## 4 計算機実験

直交学習によって複素連想メモリの記憶容量が増加することや直交学習で学習した場合のノイズ特性についてランダムパターンやグレースケール画像を用いた実験によって示す。なお、複素連想メモリの入出力は複素数値であるため、 $S$  値を取るようにネットワークの出力を量子化することで多値パターンを表現する。

### 4.1 記憶容量

直交学習による記憶容量の増加を確認するため、ランダムパターンを用いた実験を行う。図 1 は  $S=4, 16$  のそれぞれについてニューロン数を 5~100 まで変化させながら 100 回ずつ試行したときの相関学習および直交学習の記憶容量の平均である。ここで記憶容量とは学習したパターンがすべて正しく想起できる最大の学習パターン数のことである。図 1 より複素連想メモリに直交学習を用いることで相関学習よりも記憶容量が増加していることが分かる。また、相関学習では状態数が増加すると記憶容量が減少するが直交学習では変わらないことが分かる。

### 4.2 ノイズ特性

多値パターンを取る学習パターンの例として 256 階調のグレースケール画像を用いて直交学習のノイズ特性に

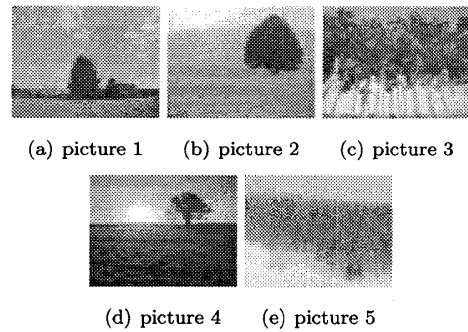


図 2: 学習した画像

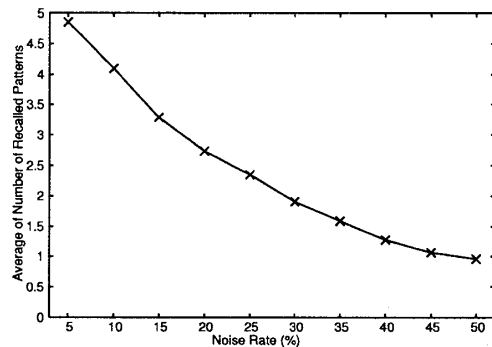


図 3: ノイズ特性

について検討した。図 2 は学習に用いた画像の例である。なおニューロンの状態数  $S$  は 256 で、ネットワークのニューロン数は学習に用いた画像が  $40 \times 30$  であるため 1200 である。また、ノイズを付加した画像は学習した画像に対してランダムに画素の色を白に変更することで作成した。図 3 は図 2 に示す画像を学習したネットワークに対しノイズを付加した画像を入力したときにノイズの除去された画像が正しく想起できた画像の数の平均を表している。図 3 よりノイズが 5% 程度であれば正しい想起が可能であることが分かる。

## 参考文献

- [1] J. J. Hopfield: "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities," Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol.79, pp.2554-2558, 1982.
- [2] B. Kosko: "Bidirectional associative memories," IEEE Trans. Systems Man and Cybernetics, Vol.18, No.1, pp.49-60, 1988.
- [3] H. Ichiki, M. Hagiwara and M. Nakagawa: "Kohonen feature maps as a supervised learning machine," Proc. IEEE International Conference on Neural Networks, pp.1944-1948, 1993.
- [4] 黒江 康明: "複素連想記憶のモデルとそのダイナミクス," 信学誌, Vol.87, No.6, pp.454-459, 2004.
- [5] 青木 宏之, 小林 幸夫: "ペナルティ項を有する複素連想記憶モデルの性質," 信学論 (A), Vol.J81-A, No.11, pp.1538-1546, 1998.
- [6] T. Kohonen, M. Ruohonen: "Representation of associated pairs by matrix operators," IEEE Trans. Comput, Vol.C-22, pp.701-702, 1973.