遺伝的アルゴリズムにおける動的パラメータ調節機構について

2K－9

株式会社富士通研究所
齋藤 静司 吉田由紀子 安達統衛[1]

1 はじめに

遺伝的アルゴリズム (GA) を実用的な問題へと適用するにあたっての困難の一つに, GA のパラメータ設定の煩雑さがある. これは GA の検索効率に対しての重要なファクターであるが, 現在汎用的な枠組は提供されていないのが実情である. 実際に問題を解く時には, 経験的な値を用いたり, 試行錯誤によって決定されている. 効率のよい検索をもたらすパラメータ値は問題によって異なり, また同じ種類の問題においても問題の規模によって異なってくる. そのため, 汎用的な問題解決の枠組である遺伝的アルゴリズムは, この段階で問題に非常に依存することになる.

今回我々は, このような問題によるパラメータ決定の煩雑さを回避し, また GA による効率良い検索の妨げとなる初期収束現象を防ぐという目的をもって, GA のパラメータ設定に関する考察を行った. 今回はパラメータとして突然変異率を考えた. 突然変異率を GA 計算を通じて適応的に変化させることにより, 上記の問題を解決することを試みる. 突然変異率の変化率について, 個体集団の多様性の尺度との関係を理論的に考察, その結果をもとに計算機実験を行い, 有用性を確かめた.

2 個体集団の多様性と突然変異率との関係導出

個体集団の多様性を計測する指標として, 遺伝子座ごとのエントロピーの平均値を用いる. これを用いて, 突然変異率が微小変化したとき個体集団の多様性がどのように変化するかを計算する.

ここでは, エントロピー S が世代の変化に対して変化がない, すなわち GA における個体群が収束したとみなせるとき, 突然変異率を変化させてこの状態から脱出することを考える.

$$S = S(p,t) \rightarrow S(p, t+\Delta t) \tag{1}$$

と変化したときにこれらの値にあまり変化がないとき, すなわち

$$\frac{\partial S}{\partial t} \approx 0 \tag{2}$$

のとき, エントロピー S を 時間 (世代) t, 突然変異率 p でテイラー展開して,

$$\begin{aligned} S(p+\Delta p, t+\Delta t) - S(p,t) &\equiv dS \\ &= \frac{\partial S}{\partial p}\Delta p + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 S}{\partial p}(\Delta p)^2 \\ &\approx \frac{\partial S}{\partial p}\Delta p \end{aligned} \tag{3}$$

個体群のエントロピー S は, i 番目の遺伝子座について, 値が 1 である個体の数を x_i と書くと, i 番めの遺伝子座のエントロピー S_i は,

$$S_i = -\frac{x_i}{N}\log\frac{x_i}{N} - \frac{N-x_i}{N}\log\frac{N-x_i}{N} \tag{4}$$

ここで, $p \rightarrow p + \Delta p$ とすると, 確率として Δp だけ余計に突然変異を起こすと考えられる. 突然変異を起こす遺伝子座については, そこが現在の値と違う値になる確率は 1/2 だから, x_i に属していた個体 (遺伝子の値が 1 である個体) は, $1/2x_i\Delta p$ 個だけ反転して (値が 0 となり), $N - x_i$ に属していた個体 (遺伝子の値が 0 である個体) は, $1/2(N - x_i)\Delta p$ だけ反転 (値が 1 となる) する. このことにより, 遺伝子座 i における遺伝子の値が 1 である数は

$$x_i \rightarrow x_i + \left(\frac{1}{2}N - x_i\right)\Delta p \tag{5}$$

となる.

このときの i 番めの遺伝子座のエントロピー S'_i は,

$$\begin{aligned} S'_i &= -\frac{x_i+\Delta x_i}{N}\log\frac{x_i}{N}\left(1+\frac{\Delta x_i}{x_i}\right) \\ &- \frac{N-x_i-\Delta x_i}{N} \\ &\times \log\frac{N-x_i}{N}\left(1-\frac{\Delta x_i}{N-x_i}\right). \end{aligned} \tag{6}$$

ここで, $(1/2N - x_i)\Delta p \equiv \Delta x_i$ と書いた.

$$\begin{aligned} \Delta S_i &\equiv S'_i - S_i \\ &\approx -\frac{x_i}{N}\log\left(1+\frac{\Delta x_i}{x_i}\right) \\ &- \frac{N-x_i}{N}\log\left(1-\frac{\Delta x_i}{N-x_i}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

エントロピーが小さい時を考える.

1) $x_i \approx 0$ のときは, 上式の第二項が効いて,

$$\Delta S_i \approx -\log\left(1-\frac{\frac{1}{2}N}{N}\Delta p\right) \approx \frac{1}{2}\Delta p \tag{8}$$

2) $x_i \approx N$ のときは, 第一項が効いて,

$$\Delta S_i \approx -\log\left(1+\frac{\frac{1}{2}N-x_i}{x_i}\Delta p\right) \approx \frac{1}{2}\Delta p \tag{9}$$

すなわち,

$$\Delta S_i \approx dS \approx \frac{1}{2}\Delta p \tag{10}$$

$$\Delta p = 2dS \tag{11}$$

つまり, この式は, 突然変異率を Δp だけ変化させると, 次の世代ではエントロピーは $2dS$ だけ変化することを意味する.

[1]A method of adaptive parameter setting on Genetic Algorithm: Fujitsu Laboratories Ltd. Seiji Saito, Yukiko Yoshida, and Nobue Adachi saito@iias.flab.fujitsu.co.jp

3　簡単な問題での実験

前節で導いた突然変異率の変化率とエントロピー変化との関係式を用いて突然変異率を動的に変化させた場合とそうでない場合との比較をさまざまな問題に対して行った．その結果の一部を示す．結果の図に用いた問題は以下の簡単な問題 (Sphere model)

$$f_1(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \tag{12}$$

$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

である．この評価関数は, n 次元空間での距離を求めるというものである．

今回は, 動的に調整するパラメータとして突然変異率を考えているから, 突然変異率を変えて何度か計算してみる．実験は, それぞれの突然変異率において, 同じパラメータで乱数を変えて 10 (実験回数) 回だけ行う．

3.1　通常の遺伝的アルゴリズムでの結果

通常の遺伝的アルゴリズムによる結果を (図 1) に示す．これは, 最も良い成績の個体について, その値を 10 回の計算機実験で平均したものである． 突然変異率を $p = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1$ と変えて実験した．この図を見ると, 突然変異率が大きすぎると検索がうまく行かないことが見える．また, 小さすぎてもうまく行かず, 問題によってちょうどよい突然変異率があるということがわかるだろう．

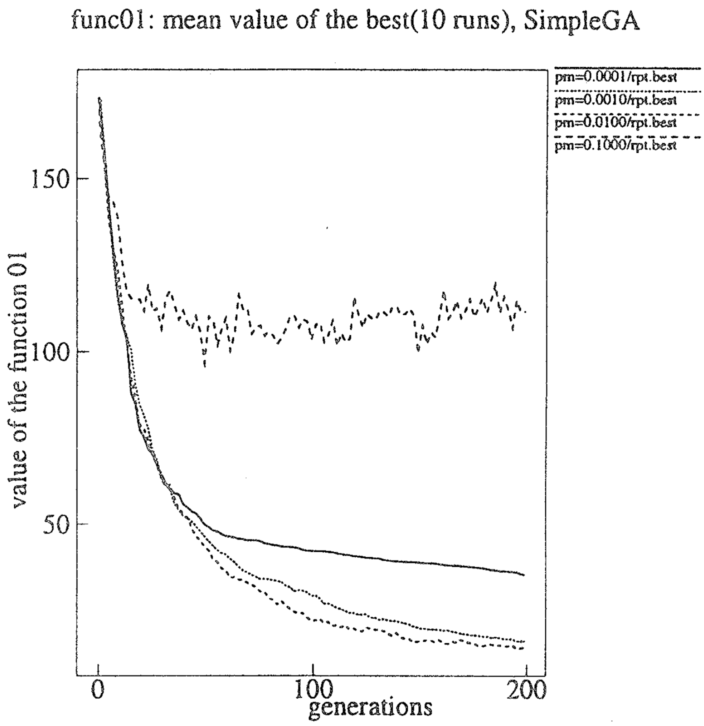

図 1: 通常の遺伝的アルゴリズムによる, Sphere model の最小値検索.

3.2　突然変異率調整型遺伝的アルゴリズムでの結果

さて, 上の節で述べた方法による突然変異調節型遺伝的アルゴリズムをこの問題へと適用した際の結果を (図 2) に示す．

これらを見比べてすぐに分かることは, 突然変異調節を行った遺伝的アルゴリズムの結果は, 突然変異率の大きさにあまりよらず, 順調に解を検索していることである．特に, 突然変異率を最初大きくとったとき ($p = 0.1$), また小さくとったとき ($p = 0.0001$) に, これらのトラジェクトリーがうまく検索が進んでいる $p = 0.01$ のそれにかなり近付いていっていることがわかる．

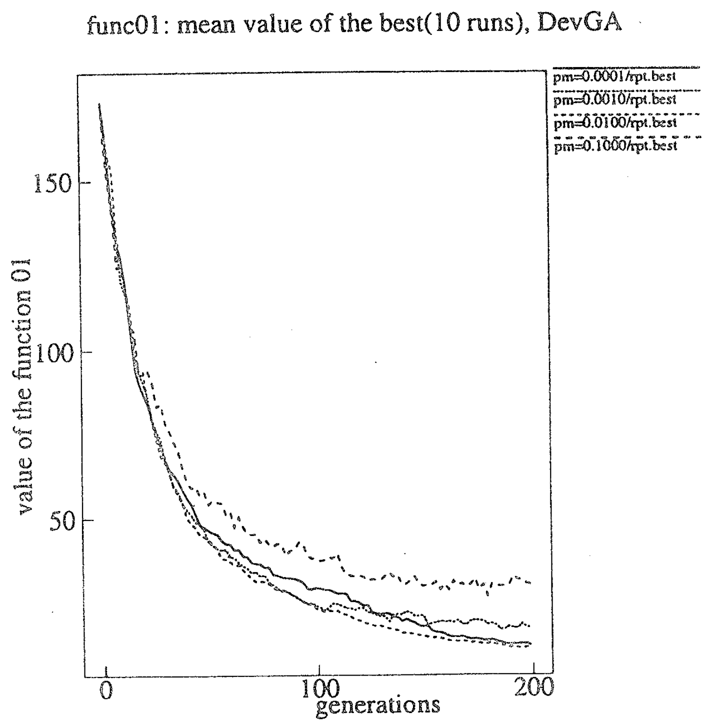

図 2: 突然変異調節型遺伝的アルゴリズムによる, Sphere model の最小値検索.

4　おわりに

簡単な関数最適化問題について, 考察の結果をもとにした計算機実験の結果を示し, 有効性を確認した．この考察に基づいて改良された遺伝的アルゴリズムを用いることによって, パフォーマンスに大きな影響を与える突然変異率の調整は必要がなく, 効率良い検索をするようになる．多峰性をもつ関数などについても同様の結果が得られた．

これからの課題としては, 関数最適化問題だけでなく, スケジューリング問題や設計問題などといったより実用的な問題に対して, この方法でのパフォーマンスについて評価を行う, 突然変異率のみでなくその他のパラメータについても考察する, などといった研究を進めることが必要である．