間欠性カオスを用いた最適化手法

3Y－3

小野貴章 山田新一 藤川英司 志田晃一郎
武蔵工業大学

1 序論

現実の最適化問題は，非線形かつ多峰性の目的関数の大域的最適化問題として定式化される問題が多く，非線形最適化手法に関する研究が盛んに行われ多くの最適化手法が提案されている．非線形大域的最適化問題の解法にカオスを利用するアプローチも多く提案され，その手法の一つに東京都立大学の藤田らが提案した間欠性カオスを用いた手法 [1] がある．

この藤田らにより提案された手法では，最急降下法に間欠性カオス写像を発生させる変形ベルヌーイ系を導入し，局所解にとらわれず大域的最適解を探索できる．

この方法を基にし，カオス写像の発生を変えることによって更に効率よく最適解を得られるよう改良した．

2 間欠性カオスを用いた手法構築

この手法で用いる間欠性カオスは，1次元写像力学系である変形ベルヌーイ系，式 (1) で与えられる．

$$y_{j+1} = g(y_j) = \begin{cases} y_j + 2^{B-1}(1-2\epsilon){y_j}^B + \epsilon \\ \qquad\qquad (0 \le y_j \le 0.5), \\ y_j + 2^{B-1}(1-2\epsilon)(1-y_j)^B - \epsilon \\ \qquad\qquad (0.5 < y_j \le 1). \end{cases} \tag{1}$$

ここで，ϵ は正の微小パラメータで，B は1以上のパラメータである．

最急降下法は，式 (2) で定義される無制約最適化問題に対して，目的関数の最急勾配方向への探索を繰り返す手法であり，式 (3) に従って点列 x_j を生成する．

$$\min f(x), x \in R^n, \tag{2}$$

$$x_j = x_{j-1} - \alpha \nabla f(x_{j-1}), \tag{3}$$

ただし，$\alpha \in R^1$ はステップ幅，j は繰り返し回数．

大域的最適解への収束を可能にするは，目的関数の増加方向への時間発展も部分的に許す必要がある．そのために藤田らが用いた方法では，式 (4) に示すような外力を加えるものである．

$$x_j = x_{j-1} - \alpha \nabla f(x_{j-1}) + Fsgn(\nabla f(x_{j-1})). \tag{4}$$

$F \in R^n$ ，sgn は式 (5) に示す符号関数である．

$$sgn(z) = \begin{cases} +1 & (z > 0) \\ 0 & (z = 0) \\ -1 & (z < 0) \end{cases} \tag{5}$$

外力 F を間欠性カオスを用いて発生させることにより，局所的最適解に収束するダイナミクスを構築する．変形ベルヌーイ系の出力を用いて外力を式 (6) のように導入する．

$$F = k(y_j - y_{j-1}), \tag{6}$$

ただし，$k \in R^n$ である．

この離散力学系をシミュレーションすることにより，局所的最適解に間欠的に収束しながら大域的最適解を探索する．

3 改良した手法

提示する方法では，同じ局所解での収束を防ぐため，発生させるカオス写像を探索中に変化させる．

Optimization Method using Intermittency Chaos
Takaaki Ono, Shin'ichi Yamada, Hideji Fujikawa, and Koichiro Shida,
Musashi Institute of Technology

局所解と思われる探索値を得たときに，カオス写像のランダム性を強くし，そのときの探索値から大きく外れた点を探索するようにする．その後，その局所解より良い探索値を得たときに収束性の強いカオス写像を発生させ，その点から局所探索を行えるようにする．これを繰り返し，効率良く探索を行えるようにする．そして，このシミュレーション期間中に発生した最良解を解とする．この手法のフローチャートを図1に示す．

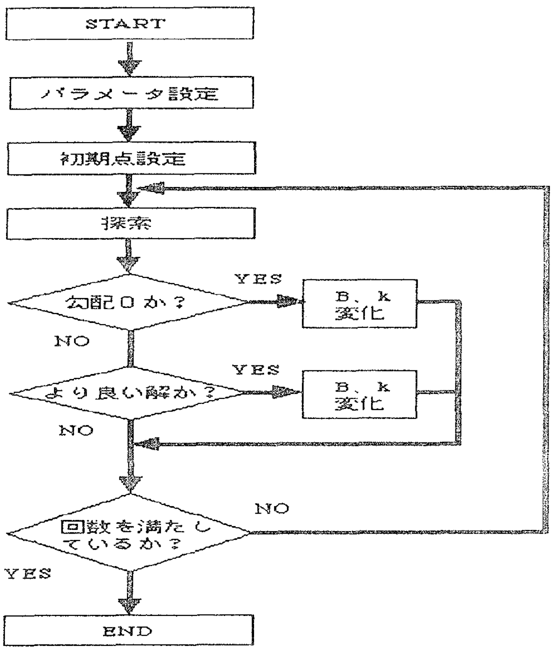

図 1: 改良した方法

4　1次元関数に対する適応

簡単な関数に対して比較を行い改良法の有効性を示すため，1次元多峰性関数への適応を行う．目的関数として，式(7)に示す1次元の多峰性関数を考える．

$$f(x) = (x-4.5)(x-3.7)(x-3)(x-1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)/50. \quad (7)$$

この関数には四つの局所的最適解，$x=-4.668$，-2.466，1.914，4.221 が存在する．それぞれの目的関数値は，$f(x)=-65.82$，-15.74，-72.11，-38.93 であり，大域的最適解は $x=1.914$ である．

従来法と改良法によるシミュレーション結果を図2に示す．従来の方法に比べ，改良法では一度陥った局所解へ再び陥ることが少なくなり，陥ってもすぐに脱出している．この改良法により，少ない探索ステップ数での大域的最適解の探索が行える可能性がある．

今後は，目的関数が多次元となった場合のシミュレーションを行い，シミュレーティッドアニーリング法などとの比較を行っていく．

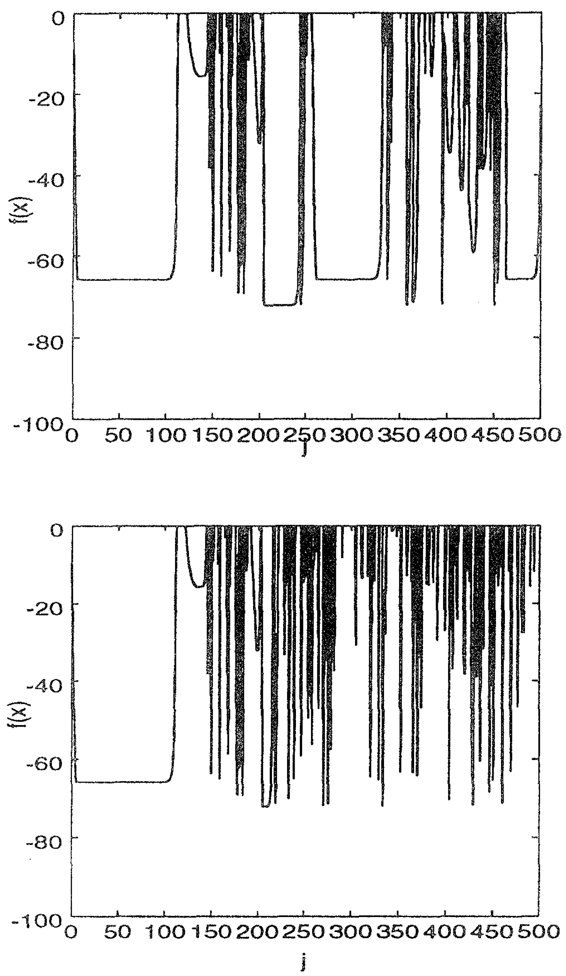

図 2: 従来法（上）と改良法（下）のシミュレーション結果

参考文献

[1] 藤田得光，渡辺隆男，安田恵一郎，横山隆一：間欠性カオス写像を用いた大域的最適化手法，電子情報通信学会論文誌 A, Vol. J78-A, No. 11, pp. 1485-1493, 1995.