

ガウス関数に基づく Free-Form Deformation

5 U - 8

吉田典正, 加納顕也, 北嶋克寛

東京農工大学

1. はじめに

Free-Form Deformation(FFD)は、物体が埋め込まれる空間を変形することによって、物体を変形する手法である。FFD は、Bernstein 基底に基づくものが最初 Sederberg らによって提案され[3], その後 NURBS に基づくもの[2]等が発表されている。本報告では、ガウス関数に基づく FFD を紹介する。

2. 有理ガウス曲面

制御点ベクトル $V_i (i = 1, \dots, n)$ を持つ有理ガウス曲面は、

$$P(u, v) = \sum_{i=1}^n V_i g_i(u, v) \quad u, v \in [0, 1] \quad (1)$$

で定義される[1]. ここに、

$$g_i(u, v) = \frac{w_i G_i(u, v)}{\sum_{j=1}^n w_j G_j(u, v)} \quad (2)$$

は、曲線の i 番目の基底関数で、 w_i は i 番目の制御点のウェイトである。

$$G_i(u, v) = \exp\left\{-\frac{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (3)$$

は、 (u_i, v_i) を中心とする標準偏差 σ_i 高さ1のガウス関数である。ガウス曲面は、NURBS 曲面などと同様に凸閉包性が成り立つが、標準偏差の値を変えることによって基底関数の値を変えることができる。図1にガウス曲面の例を示す。図1(a)においてすべての標準偏差は同じ値であるが、(b),(c),(d)では V_4 の標準偏差この順で小さくした。このように、標準偏差の値を変えることによって同じ制御点で曲面の形を変更することができるのがガウス曲面の特徴である。またガウス曲面は、NURBS や

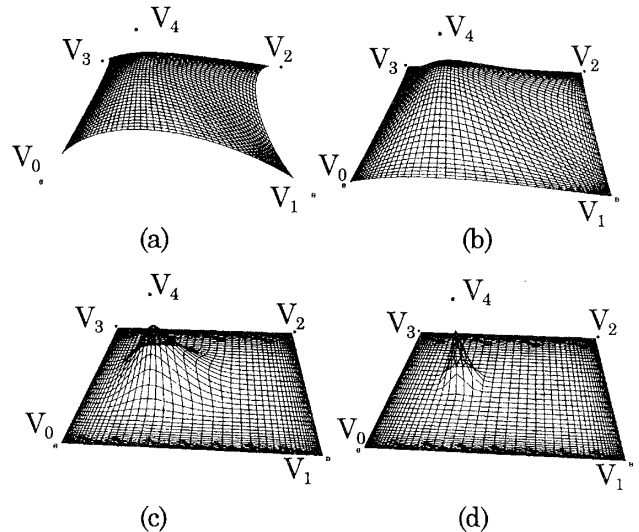


図1 V_4 の標準偏差が異なるガウス曲面

Bezier 曲面などと異なり、任意個の制御点を任意に配置できる。

3. ガウス関数に基づく FFD

物体の定義されている局所座標系を stu とし、ガウス関数に基づく FFD を、

$$P(s, t, u) = \sum_{i=1}^n V_i g_i(s, t, u) \quad (4)$$

と定義する。ここで、

$$g_i(s, t, u) = \frac{w_i G_i(s, t, u)}{\sum_{j=1}^n w_j G_j(s, t, u)} \quad (5)$$

は、 i 番目の基底関数であり、

$$G_i(s, t, u) = \exp\left\{-\frac{(s - s_i)^2}{2\sigma_i^2} - \frac{(t - t_i)^2}{2\sigma_i^2} - \frac{(u - u_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\} \quad (6)$$

は、 (s_i, t_i, u_i) を中心とする高さ1のガウス関数である。

式(4)は、ガウス関数に基づく FFD を定義するが、NURBS や Bezier と同様に制御点と曲面上の点が

Free-Form Deformations Based on Gaussian Functions
Norimasa YOSHIDA, Ken-ya KANOU, and
Katsuhiko KITAJIMA
(Tokyo university of agriculture and technology, 2-24-16
Naka-cho Koganei-shi Tokyo, 184-8588)

離れており、対応関係が理解しにくい。そこで、逆変換[5]によって、指定した点(操作点)を通過するような制御点を求める。 n 個の操作点ベクトルを $\mathbf{P}_i (i=1, \dots, n)$ とし、各点 \mathbf{P}_i の局所座標系における座標を (s_i, t_i, u_i) とすると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2 & \dots & \mathbf{P}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{V}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_1(s_1, t_1, u_1) & g_1(s_2, t_2, u_2) & \dots & g_1(s_n, t_n, u_n) \\ g_2(s_1, t_1, u_1) & g_2(s_2, t_2, u_2) & \dots & g_2(s_n, t_n, u_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_n(s_1, t_1, u_1) & g_n(s_2, t_2, u_2) & \dots & g_n(s_n, t_n, u_n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

という式を立てることができる。式(7)を解くことによって制御点 \mathbf{V}_i が求まり、任意の座標 (s, t, u) は式(4)によって変換することができる。

式(7)及び式(4)を用いることによって、変形したい任意の点に操作点をおき、モデルを変形することができる。

4. 結果

図2(a)にオリジナルの cow モデルを、(c)に stu 空間においてパラメータが等間隔の立体を示す。図2(b)は、8つの操作点を移動せずに、 y および z 方向の標準偏差のみを小さくした例である。図3に、cow モデルの腹部に第9の操作点を加え、その操作点を移動した例を(b),(c),(d)に示す。(b),(c),(d)の順に、第9の操作点の標準偏差だけ大きくした。

5. まとめ

本報告では、ガウス関数に基づく Free-Form Deformation を提案した。Bernstein 関数や B-spline に基づく FFD[2][3]と比較して、本手法の特徴は、以下のとおりである。

- (1) 任意個の制御点を任意の位置に設定することができる。
- (2) 標準偏差を変えることによって操作点のモデルへの影響範囲を変えることができる。

参考文献

- [1] A. Goshtasby: "Geometric modelling using rational Gaussian curves and surfaces," Computer-Aided Design, Vol.27, No.5, May 1995, pp.363-375.
- [2] H. J. Lamousin and W. N. Waggenspack, Jr.: "NURBS-Based Free-Form Deformations," IEEE CG&A, Nov. 1994, pp.59-65.
- [3] T. W. Sederberg and S. R. Parry: "Free-Form

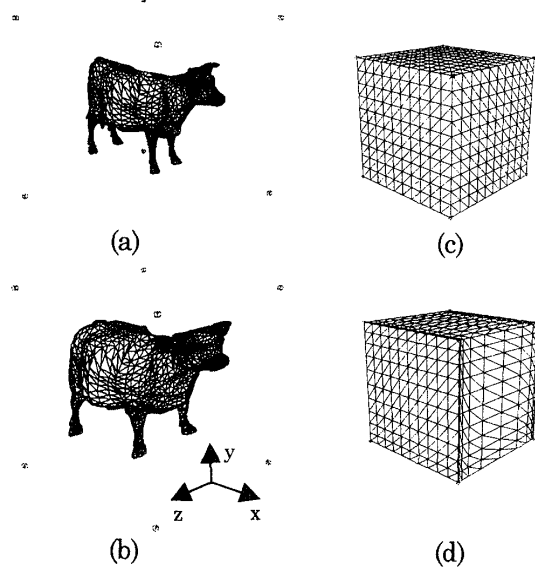


図2 FFDによる変形の例(1)

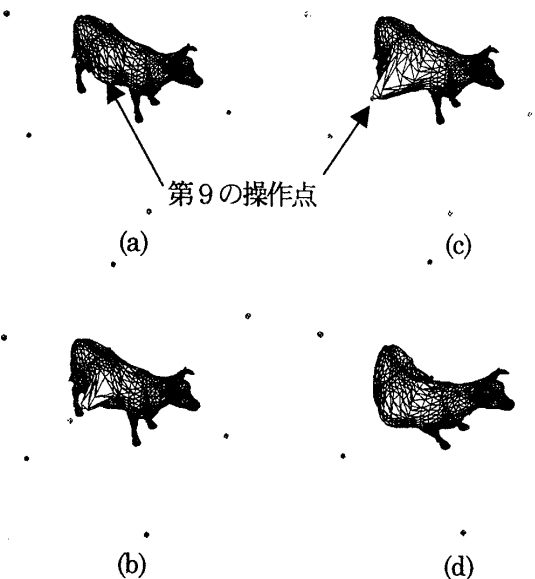


図3 FFDによる変形の例(2)

Deformation of Solid Geometric Models," Computer Graphics, Vol. 20, No.4, 1986, pp.151-160.

[4] 加納, 吉田, 北嶋: "ファッションデザイナー支援システムの開発(第5報) - 人体モデルの体型の変形処理について -", 精密工学会春季大会学術講演会, 1998.

[5] 山口富士夫: "形状処理工学II", 日刊工業新聞社, 1984.