

曲率パターンを指定した曲線・曲面の構成法

5U-3

東京電機大学 ○渡辺由美子 斉藤 剛

1 はじめに

デザイナーは、設計形状の特徴や設計意図をレンダリング図中に表現する。特に、ハイライトや映像の写り込み位置およびその範囲や大きさなどにより意匠性を表現する。この様な設計者の意図を満たす曲面形状を構成するためには、曲面上の面法線の変化量である曲率だけでなく、その変化量をも制御する必要がある。また、ハイライトや写り込み映像を目的の形にするためには、曲面構成の基本となる特徴線や基本曲線を曲率分布から構成する必要がある。

筆者らはこれまでに、曲率変化が滑らかな曲線の生成法として、縮閉線と伸開線を利用した方法、傾斜スプラインモデルによる方法を報告した。さらに、曲率パターンを3次Bézier形式で表現し、曲率分布の制御を可能とした曲線生成法を提案した^{1,2,3)}。

本報告では、曲率パターンを3次Bézier形式で表現した曲線生成から、曲面を構成する方法を提案する。さらに、曲率分布を直接制御できる特長の応用として、形状生成に用いられるデザイン面同士の接続面生成への応用を示し、本法の有用性を示す。

2 曲率パターンの表現法

曲率パターンを、横軸を生成曲線の路長、縦軸を曲率とした曲率プロットにより表現する。本法では、この曲率プロットを3次Bézier曲線の形式で表現する。生成曲線における両端点での曲率を κ_1, κ_2 、路長を S とすると、図1に示すように、曲率プロット上での両端点の位置は、 $Q_0 = (0, \kappa_1), Q_3 = (S, \kappa_2)$ となる。また、曲率プロットの両端点の曲率変化率 $(d\kappa/ds)$ が指定されるので、第1および第3制御辺の方向が定まる。その制御辺上の両端点からの長さ1の点を各々 q_1, q_2 とし、線分 Q_0q_1 を $a:(1-a)$ に、 Q_3q_2 を $b:(1-b)$ に分割した点を各々 Q_1, Q_2 と置く。ここで、路長 S および制御辺を決定する a と b は、既知の値ではなく、

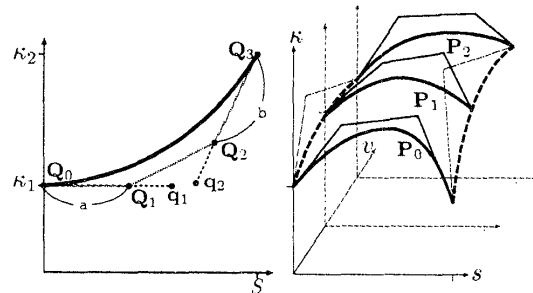


図1：曲率プロットの指定 図2：曲率プロット面の指定

文献^{1,2)}で述べた方法により、生成曲線の拘束条件から決まる値である。

このように設定した各点を制御点とする3次Bézier曲線より、曲率プロットがパラメトリックに表現でき、この曲率パターンを持つクロソイドスプライン曲線として、目的とする曲線を構成する²⁾。

3 曲率パターンを指定した曲面の構成

曲率パターンを指定してできる曲線を基本線として、曲面構成を行なう。手順としては、生成したい曲面の境界および断面における曲率パターンを指定する(図1)。次に、断面間の曲率パターンを補間し、「曲率プロット面」を構成する(図2)。最後に、曲率プロット面より「曲率展開曲面」を生成する(図3)。

3.1 曲率プロット面

指定した曲率プロットを断面曲線として含み、滑らかにつないだ曲面を曲率プロット面と呼ぶ。この曲面は、 $s-u-\kappa$ 空間の曲面であり、 s は生成曲面の断面線の路長、 u は生成曲面の一方のパラメータ、 κ は曲率を表している。

断面間の曲率プロットの補間には、Bézier式を用いる。指定する断面の数を N とすると、曲率プロットを規定する3次Bézier点を、 $(N-1)$ 次のBézier式により補間する。曲率プロット P_i の制御点を $P_{i0} \sim P_{i3}$ とすると、曲率プロット面 $\kappa(u, v)$ は、 $3 \times (N-1)$ 次のBézier曲面となり、次式で表される。

$$\kappa(u, v) = ((1-u) + Eu)^3((1-v) + Fv)^{N-1} P_{ij}.$$

ただし、 $E^l F^k P_{00} = P_{kl}$.

(1)

A Method of Curve and Surface Generation from Specified Curvature Profile
Yumiko WATANABE Tsuyoshi SAITOH
(Tokyo Denki Univ., 2-2 Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, 101-8457)

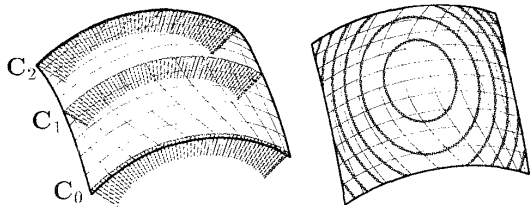


図3：曲率展開曲面 図4：パラメータ定線と等高線

したがって、図2における P_0, P_2 は、次のように表現される。

$$\kappa(u, 0) = P_0(u), \quad \kappa(u, 1) = P_2(u). \quad (2)$$

図2に、パターン P_0, P_1, P_2 の3本の断面線を指定した時の曲率プロット面を示す。

3.2 曲率展開曲面

前述の曲率プロット面より、曲率展開曲面 $S(u, v)$ を構成する。

いま、 v をある値 v_f に固定する。その時、生成される曲線 $S(u, v_f)$ を、生成曲面の v_f に対応する断面の断面線とする。本法では、断面を $(0, 1, 0)$ の面法線を持ち、点 $I(v_f)$ (これを、 (x_f, y_f, z_f) とする) を含む平面とする。さて、その時に曲率プロットを規定する制御点 P'_i は、補間され、

$$P'_i = (S'_i, K'_i) = ((1 - v_f) + Fv_f)^2 P_{i0} \quad (3)$$

となる。したがって、曲率プロットは、

$$P'(u) = (S'(u), K'(u)) = ((1 - u) + Eu)^3 P'_0 \quad (4)$$

となる。この曲率プロットを持ち、開始点が点 $I(v_f) = (x_f, y_f, z_f)$ 、開始点における接線角が $T(v_f)$ である生成曲線、すなわち断面線は、 $\theta'(u)$ を

$$\theta'(u) = T(v_f) + \int_0^u K'(\tau) S'_u(\tau) d\tau \quad (5)$$

とするとき、

$$x(u) = x_f + \int_0^u \cos \theta'(\tau) S'_u(\tau) d\tau. \quad (6)$$

$$y(u) = y_f. \quad (7)$$

$$z(u) = z_f + \int_0^u \sin \theta'(\tau) S'_u(\tau) d\tau \quad (8)$$

で表される。ただし、 S_u は、 $S(u, v)$ の u による偏微分を表す。図3に、曲率パターンを P_0, P_1, P_2 で指定したときの生成曲線 C_0, C_1, C_2 を示す。図4は、この曲面形状全体を表すために描いた等高線(薄線)とパラメータ定線(実線)である。パラメータ定線は、大きく曲がっているが、曲面は滑らかであることが示されている。

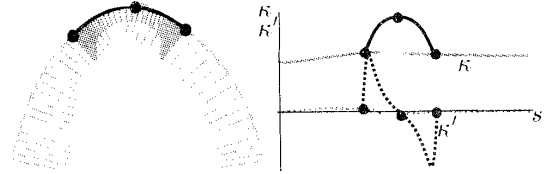


図5：断面線の接続 図6：断面線の曲率プロット

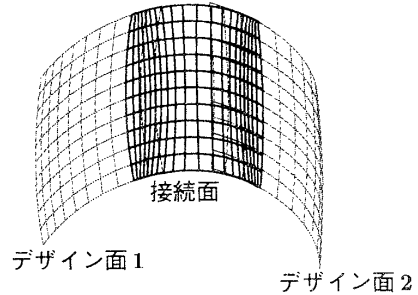


図7：デザイン面と接続面

4 デザイン面の接続面生成への応用

デザイン面同士の接続は、アプローチ面とフィレット面で行われることが多い。これらの面構成に必要な条件は、デザイン面との接続条件およびフィレット面の曲率半径である。本法は、このような接続面生成に有用なことを示す。

図5, 6中の薄線で描いたものが2つのデザイン面の切断線とその曲率プロットであり、構成したい接続面の始終点を黒丸で示した。本法を応用し、デザイン面での接続点における接線、曲率および曲率変化率をそのまま引き継いだ、デザイン面間を結ぶ2本の曲率プロットとその生成曲線を図5, 6中の実線で示す。

そして、その曲線を基本曲線として、曲面を構成したのが図7である。本法を用いることにより、デザイン面同士が2枚の曲面で接続可能となる。

5 おわりに

本報告では、曲率パターンに基づいた新しい曲面構成法を提案した。これより、曲率、曲率変化率ともに連続した曲線・曲面が生成できる。今後の課題としては、生成曲線・曲面の性質の解明、空間曲線生成への応用などがあげられる。

参考文献

- 1) 渡辺, 齊藤, 東, 黒田: 曲率変化の滑らかな曲線の構成法, 情報処理学会秋期大会, 1996.9.
- 2) 渡辺, 齊藤, 黒田: 曲率パターンを指定した曲線の生成法, 情報処理学会グラフィクスとCAD研究会, 1997.12.
- 3) 渡辺, 齊藤, 山岡: 曲率パターンを指定した曲線の構成法, 情報処理学会秋期大会, 1998.10.