形状関数を利用した画像ゆがみ補正方法の提案

5D－5

田添　亘
(株)日立製作所 機械研究所

1. はじめに

実験により求められたデータや文献などに公表されたデータをデータベース化する場合，グラフ上のプロット点の座標を読み取る作業がある．

グラフのような図形の座標データを読み取る手段としては，デジタイザやタブレット等を利用する方法がある．読取る図形に，二次的・三次的なものを利用する場合，元の図が忠実に反映されていれば問題はないが，例えば厚みのある文献から複写したものを利用しなければならない場合等には，ずれ・ゆがみを生じていることが多い．

そのような場合にも効率良く，また精度良く座標値を求めるには，数値を読み取る方法について改善する必要がある．

本稿では，写像関数の一種で，規則的な図形とゆがんだ図形とを対応づける手段として利用される「形状関数」を応用し，非線形方程式の近似解法により近似解を求めることによって，数箇所の基準点を指定するだけで，図形，更には画像のゆがみを効率良く，かつ精度良く補正・復元する方法について提案する．

2. 図形の ずれ・ゆがみ と補正

2.1 ずれ・ゆがみ の幾何学的処理

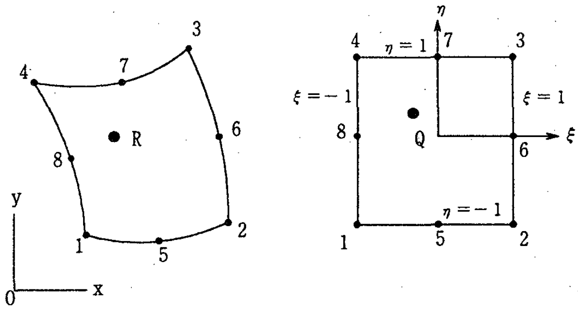
図形（画像）のゆがみを除去する技術は産業上の様々な場面で使われているが，その多くは図形上の各座標毎にベクトル計算やヘルマート変換式，アフィン変換式を用いる等，いわゆる幾何学的処理を行なうことが有効な手段として用いられている．

これらの手法は精密にゆがみを除去できることに利点があるが，人為的労力に頼る要素が多く，多くの計算時間を必要とする．

2.2 形状関数を応用した，ずれ・ゆがみの補正

図面やグラフのデータの様な，基準となる位置を比較的見出しやすい状態になっている図形のずれ・ゆがみの補正について，形状関数[1][2] を応用し，非線形方程式の近似解法を用いて収束計算を行なうことにより，元の直交座標系へ近似的に補正・復元する試みを行なった．

形状関数は，写像関数の一種で，規則的な図形とゆがんだ図形とを対応づける手段として利用されており，例えば有限要素法の要素分割等に使われるものである．本稿では，八節点四辺形の場合を例に述べる．



(a)ゆがんだ四辺形　(b)正規化した四辺形

図 1. 八節点四辺形要素

図 1 の(b)に示す様な $\xi-\eta$ 直交座標上に辺の長さが2の八節点正方形を想定した時，それぞれの節点に対し次の様な形状関数 $N_1 \sim N_8$ ((1)～(8)式)が求められている．

$$\left.\begin{array}{ll} N_1=\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(-1-\xi-\eta) & N_5=\frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta) \\ N_2=\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(-1+\xi-\eta) & N_6=\frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2) \\ N_3=\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(-1+\xi+\eta) & N_7=\frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \\ N_4=\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(-1-\xi+\eta) & N_8=\frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2) \end{array}\right\} \begin{array}{c}(1)\\ \sim \\ (8)\end{array}$$

$(|\xi| \leqq 1, |\eta| \leqq 1)$　N_i :節点 i に対する形状関数
ξ，η :四辺形の各頂点の座標を±1とする局所座標

図 1 (b) の正規化された四辺形要素内にある点 Q の座標（ξ，η）を，図 1 (a)のゆがんだ四辺形要素内の点 R (u,v) に写像すると，u,v が次の(9),(10)式で求められることが知られている．

$$u=\sum_{i=1}^{8} N_i \times u_i \quad \cdots\cdots(9)$$

$$v=\sum_{i=1}^{8} N_i \times v_i \quad \cdots\cdots(10)$$

u_i, v_i ：図 1 (a) の各節点座標

ゆがんだグラフの補正は図 1 (a) から (b) への変換であるので，式(9),(10) において既知の座標 (u,v) から未知の座標（ξ，η）を求める方法，すな

A proposal for the way to correct image distortion by using a Shape Function.
TAZOE Wataru
Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.
502 Kandatsu,Tsuchiura,Ibaraki 300-0013, Japan

わち上で説明した性質の逆を利用することになる.

(9),(10)式をξとηについて解くとξ，ηに関する連立方程式が成立する. この方程式は双1次，双2次，双3次の未知数を含み，代数的に解くことはできない. しかし非線形方程式の近似解法を用いれば解くことは可能で，例えば Newton-Raphson 法[3] を使えば数回の繰り返し演算で真の解に極めて近い解が得られる.

以上の手順により，元の座標 (x, y) 上の 矩形(正方形または長方形)の頂点と辺の中点に対応する，ゆがんだ座標上の点 u_i, v_i (i=1,8) がわかれば，それらに囲まれた領域の内部にある任意の点 R (u,v) の座標からその点に対応する点 Q (ξ, η) の値を求めることができる. (ξ, η) は，縦横±1の正方形に対応するから，元の矩形の縦横の寸法から縦横の縮尺を定めれば，元の座標上に対応する点 (x, y) を近似的に決定することができる.

3. 評価実験

実験では，ゆがみを生じさせた図形を人工的に作成し，図形上の選択された点(指定点)について本稿の補正を行ない，補正の精度を検討した.

図 2. に示す図形は，X-Y 方向にそれぞれ 10 等分した方眼目盛りを基準として描いた図形を，適当な操作によってゆがみを生じさせたものである. この図形について基準点の座標を与え，図形上の指定点の座標から上の手順によって補正後の座標を求め，それを元の図形と比較した.

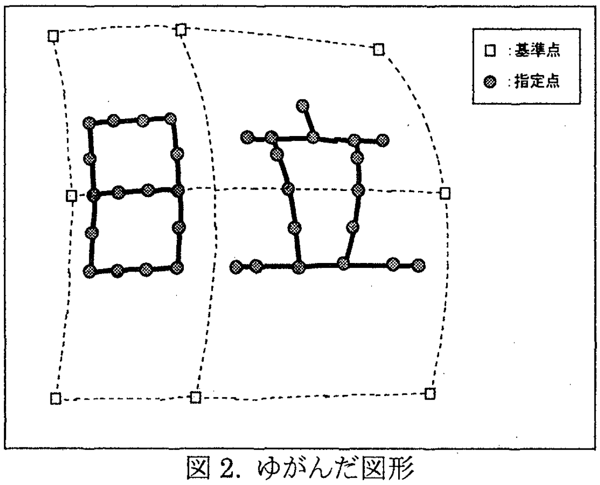


図 2. ゆがんだ図形

図 3. は元の図形の上に，本稿で述べた手段を用いて補正した指定点を重ね合せたものである. 図に示すように補正後の指定点は，元の図形にほぼ完全に重なることが明らかである. 図 2.のゆがみは適当な関数を使って任意に与えたもので，関数をいろいろ変えて試みても補正の精度は図 3.とほとんど変わらないことが確認できた.

このことより，上記手段が，ゆがんだ図形の修正方法として極めて有効であると言うことができる.

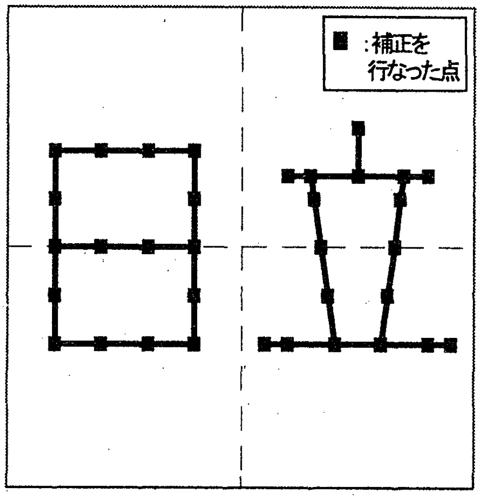


図 3. 元の図形とその上に重ねた指定点

4. まとめ

形状関数を利用し，収束計算を行なって近似解を求めることにより，数箇所の基準点を指定するだけで，図形，更には画像のゆがみを補正・復元する方法について述べた.

本稿の方法により，図形のゆがみの性質によらず一つの手段で任意のゆがみを高精度に補正できることが確認できた. ただ，本稿の実験では関数を使ってゆがみを生じさせているため，実際に画像のゆがみを生じる要素，例えば画像の複写等に起因する固有のずれ・ゆがみに対する補正・復元に関しても更に評価実験をする必要がある.

本稿では実験ということもあり，単純な図形を用いて精度の検証を行なっているが，一般的な画像の補正についても応用が可能である. その場合には指定点として画像のピクセルを対象とすることになるが，補正後の画像に，重なる点や抜ける点が出ないよう考慮する必要がある.

本稿の方法は，あらかじめ補正の基準となる要素が見い出せる場合等にはきわめて有効な手段であると言える.

参考文献

[1].鳥谷浩志・千代倉弘明 編著:3次元 CAD の基礎と応用:共立出版(株)(1991)
[2].鷲津久一郎 他4名:有限要素法ハンドブック I 基礎編:(株)培風館(1989)
[3].Peter Henrici 著，一松 信 他2名共訳:数値解析の基礎と応用