

# 高速代数積加算重心法の種々のメンバーシップ関数への拡張

5 T-11

大木 誠 岸本 成人 長谷川盛彦 大北 正昭 (鳥取大学工学部)

## 1. はじめに

本報告では、代数積加算重心法の高速計算アルゴリズム [1] を示し、その有効性を示した後、種々のメンバーシップ関数を用いた場合でも本アルゴリズムが適用可能であることを示す。

## 2. 代数積加算重心法の高速計算

ファジィ推論ルールを次式のように定義する。

$$\text{Rule } (j_1, \dots, j_M) : \text{if } x_1 \text{ is } A_{1j_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_M \text{ is } A_{Mj_M} \text{ then } y \text{ is } B_{(j_1, \dots, j_M)} \quad (1)$$

ここで、前、後件部 MSF は図 1(a) (b) のように定義し [2, 3, 4],  $M$  組  $(j_1, \dots, j_i, \dots, j_M)$  はルールの識別子で、当該ルールでは入力変数  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) に対する前件部 MSF が  $A_{ij_i}$  ( $j_i = 1, 2, \dots, K_i$ ) であることを意味し、次式によって一連の整数のルール番号  $j$  に容易に変換できる。 $(J$  は、全ルールの個数である.)

$$j = \sum_{i=1}^M (j_i - 1) \prod_{k=0}^{i-1} K_k < J = \prod_{i=1}^M K_i \quad (2)$$

前件部適合度および推論出力は次式で定義される。

$$\mu_{(j_1, \dots, j_M)} = \mu_j = \prod_{i=1}^M \mu_{ij_i} = \prod_{i=1}^M A_{ij_i}(x_i) \quad (3)$$

$$y = \int_{\mathbf{R}} y \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j B_j(y) dy / \int_{\mathbf{R}} \sum_{j=0}^{J-1} \mu_j B_j(y) dy \quad (4)$$

後件部 MSF は三角型関数で与えられているから、式 (4) の積分と加算の順序を変更し、これらの積分は以下のように解析的に与えることが出来る。

$$\xi_j = \int_{\mathbf{R}} y B_j(y) dy = b_j(b_{Lj} + b_{Rj}) - \frac{2}{3}(b_{Lj}^2 - b_{Rj}^2) \quad (5)$$

$$\eta_j = \int_{\mathbf{R}} B_j(y) dy = b_{Lj} + b_{Rj} \quad (6)$$

式 (5), 式 (6) の各積分  $\xi_j, \eta_j$  は任意の入力変数に対して独立で、これらは定数として扱え、推論式は次式のような代数式で与えられる。

$$y = \frac{\sum_{j=0}^{J-1} \mu_j \xi_j}{\sum_{j=0}^{J-1} \mu_j \eta_j} \quad (7)$$

前件部 MSF の定義より、適合度が 0 となるルールが特定でき、これらを計算の対象から除外して、次式のよ

Expansion of fast product-sum-gravity method with respect to definition of membership function  
Makoto Ohki, Naruhito Kishimoto, Shigehiko Hasegawa and Masaaki Ohkita  
Faculty of Engineering, Tottori University, 4-101 Koyama-Minami, Tottori, Tottori 680-8552 Japan

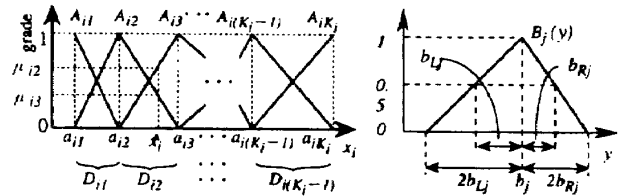


図 1 前・後件部メンバーシップ関数の定義

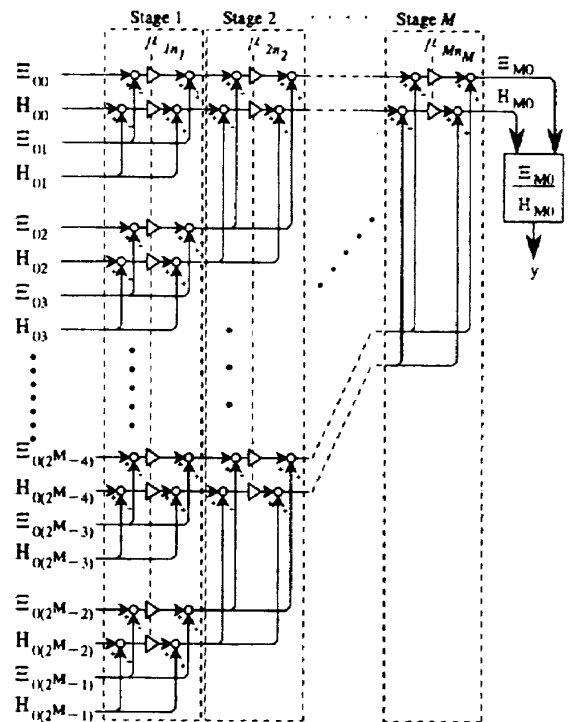


図 2 高速代数積加算重心法の計算フロー

うな推論式を得る。

$$y = \frac{\sum_{l=0}^{2^M-1} \left[ \prod_{i=1}^M \sigma(i, l) \right] \xi_{(n_1+l_1, \dots, n_M+l_M)}}{\sum_{l=0}^{2^M-1} \left[ \prod_{i=1}^M \sigma(i, l) \right] \eta_{(n_1+l_1, \dots, n_M+l_M)}} \quad (8)$$

$$\sigma(i, l) = \begin{cases} \mu_{in_i}, & [l]_i = 0 \\ \mu_{i(n_i+1)} = 1 - \mu_{in_i}, & [l]_i = 1 \end{cases} \quad (9)$$

$[l]_i (\in \{0, 1\})$  は整数  $l$  を 2 進数表記した場合の第  $i$  行目の値である。

式 (8) の分子および分母の各項は、 $\mu_{Mn_M}$  を因子としてもつ項と、 $(1 - \mu_{Mn_M})$  を因子としてもつ項の 2 つのグループに分けることが出来る。このような操作を繰り返すことで、推論出力は次式のように与えられる。

$$y = E_{M0} / H_{M0} \quad (10)$$

$$= \frac{\mu_{Mn_M} \Xi_{(M-1)0} + (1 - \mu_{Mn_M}) \Xi_{(M-1)1}}{\mu_{Mn_M} H_{(M-1)0} + (1 - \mu_{Mn_M}) H_{(M-1)1}} \quad (11)$$

$$\Xi_{\alpha\beta} = \Xi_{(\alpha-1)(2\beta+1)} + \mu_{\alpha n_\alpha} (\Xi_{(\alpha-1)(2\beta)} - \Xi_{(\alpha-1)(2\beta+1)}) \quad (12)$$

$$H_{\alpha\beta} = H_{(\alpha-1)(2\beta+1)} + \mu_{\alpha n_\alpha} (H_{(\alpha-1)(2\beta)} - H_{(\alpha-1)(2\beta+1)}) \quad (13)$$

$$\alpha = M, M-1, \dots, 1, \beta = 0, 1, \dots, 2^{M-\alpha} - 1$$

ただし  $\alpha = 0$  のとき,

$$\Xi_{0\beta} = \xi_{(n_1 + [\beta]_1, \dots, n_M + [\beta]_M)} \quad (14)$$

$$H_{0\beta} = \eta_{(n_1 + [\beta]_1, \dots, n_M + [\beta]_M)} \quad (15)$$

式(10)~(15)による計算過程は、図2に示す高速計算フローによって表現できる。この高速計算フローを用いることによって、代数積加算重心法によるファジィ推論の高速計算アルゴリズムが実現できる。

### 3. 計算回数の比較

各計算手法を用いた場合の計算回数および計算時間の比較を図3に示す。計算時間の計測に際しては、ここではPC9821V16およびC言語を用いて、ファジィ推論を実現した。

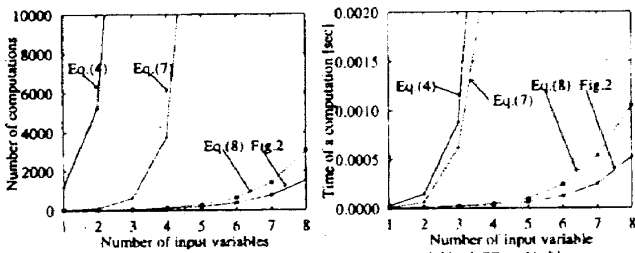


図3 各計算アルゴリズムに対する計算回数の比較

### 4. 種々のメンバーシップ関数への拡張

前件部MSFに関しては、図4(a)や同図(b)のような関数を用いた場合[2, 3, 4, 5]でも、高速計算アルゴリズムが適用可能である。このとき、高速計算アルゴリズムが適用可能となるための条件は、次式で与えられる。

$$\forall i, \forall j_i, A_{ij_i}(x_i) + A_{i(j_i+1)}(x_i) = 1 \quad (16)$$

すなわち、各変数について定義された前件部MSFについて、各部分区間において、隣り合うMSFのグレードの和が1であればよい。従って、この条件を満たす任意形状のMSFを用いた場合、高速計算アルゴリズムが

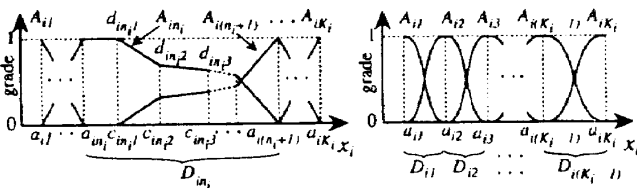


図4 前件部MSFの拡張

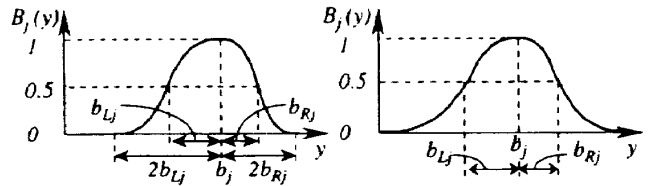


図5 後件部MSFの拡張

表1 各種類の後件部メンバーシップ関数を用いた場合の  $\xi_j$  および  $\eta_j$  を与えるための各係数の値

後件部MSFの定義	$C_1$	$C_2$	$C_3$
三角型	1	2/3	1
cosine型	1	$1 - 4/\pi^2$	1
2次関数型	1	2/3	1
ガウス分布型	1	$1/\sqrt{\pi}$	1

適用可能となる。

次に、後件部MSFについて考える。前述の三角型MSFおよび図5(a), (b)に示すような関数を用いた場合[2, 3, 4], 表1に示す係数を用いて、式(5)および式(6)で与えられていた  $\xi_j$  および  $\eta_j$  は次式で与えることができる。

$$\xi_j = C_1 b_j (b_{Lj} + b_{Rj}) - C_2 (b_{Lj}^2 - b_{Rj}^2) \quad (17)$$

$$\eta_j = C_3 (b_{Lj} + b_{Rj}) \quad (18)$$

このとき、 $C_1 = 1$  となるように推論式を調整した。

すなわち、ここで示した種々の後件部MSFを用いた場合、いずれも  $x_{ij}$  および  $\eta_j$  は式(17), (18)で与えられる代数式で定義できる。

一般に任意形状の後件部MSFに対して高速計算アルゴリズムが適用可能である。これは、式(5)および式(6)で与えられている  $\xi_j$  および  $\eta_j$  が、入力変数に対して独立であるからである。

### 5. おわりに

本論文では代数積加算重心法によるファジィ推論の高速計算アルゴリズムを提案した。入力変数の個数が増加するに従って、このアルゴリズムの有効性は増大することを示した。また、前件部、後件部MSFに関して、種々の関数を用いた場合に拡張できることを示した。

### 参考文献

- [1] 大木 誠, 林 修平, 森山敏明, 長谷川盛彦, 大北正昭, “代数積加算重心法によるファジィ推論の高速計算に関する一提案,” 平成10年電気学会全国大会講演論文集, vol.3, pp.116-117, 1998.
- [2] 菅野道夫, “ファジィ制御,” 日刊工業新聞社, 東京, 1996.
- [3] 日本ファジィ学会編, “ファジィ制御,” 講座ファジィ第5巻, 日刊工業新聞社, 東京, 1993.
- [4] 日本ファジィ学会編, “ファジィ集合,” 講座ファジィ第2巻, 日刊工業新聞社, 東京, 1992.
- [5] 大木 誠, 宮田仁志, 田中幹浩, 大北正昭, “折れ線型メンバーシップ関数を用いたファジィルールの自動チューニング,” 電気学会論文誌C, vol.116-C, no.7, pp.776-784, 1996.