

しぶきの発生に関する研究

2 T-5

徳山 哲朗

北海道大学大学院工学研究科

山本 強 高井 昌彰

北海道大学大型計算機センター

1 はじめに

本研究の最終目的は、特殊なハードウェアを用いず一般的な PC 上で、リアルタイムに波の破碎を含む水流の挙動をモデリングし、その様子を三次元CGによってレンダリングを行うことである。以前に引き続き現在取り組んでいる内容は、Height Field 上の水をパーティクルへ変換することによって、しぶきを発生させることである。

以前の発表段階では、Height Field 上の水をパーティクルに変換する際に Height Field 上の水の速度に矛盾が生じていた。今回の発表では、Height Field 外からの水の追加（削除）する量を考慮するようにし、利用している式に簡単な修正を施した。その結果、速度の矛盾の発生を防ぐことができた。

また、以前は水面の傾きに閾値を設定し、しぶきの発生条件としていたが、今回は Height Field 上の速度の差に着目してしぶきの発生を行ってみた。

2 Height Field モデルの基本式の変更

今回、Height Field モデル上の水の移動の式に、単位時間当りの外部からの水の追加量を表す a という項を新たに利用した。基本となっている式は次に示すように、元々使用していたものとさほど変わっていない。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + d \frac{\partial u}{\partial x} = a$$

ここで、 g は重力加速度、 h は水面の高さ、 d は水量、 u は水の水平方向の速度を表している。実装上では、速度 u は格子点上の水の速度ではなく格子点間の水の速度として取り扱っている。

あとは、[1] や [2] に示されている手法で差分化を行うことで、Height Field 上の水量と速度を求めることがで

きる。最終的に、水面の高さに関しては、

$$Ah_i(n) = 2h_i(n-1) - h_i(n-2) + ((a_i(n-1) - a_i(n-2))\Delta t)$$

速度に関しては、

$$Bu_i(n) = 2u_i(n-1) - u_i(n-2) - g(\Delta t)^2 \left(\frac{a_{i+1}(n-1) - a_i(n-1)}{\Delta x} \right)$$

を解くことになる。但し、 n はステップ数である。また、 w を HeightField の格子点の個数とすると、

$$A = \begin{pmatrix} e_0 & f_0 & & & & \\ & f_0 & e_1 & f_1 & & \\ & & f_1 & e_2 & f_3 & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & & e_{w-3} & f_{w-3} \\ & & & & & & f_{w-3} & e_{w-2} & f_{w-2} \\ & & & & & & & & f_{w-2} & e_{w-1} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} j_0 & f_1 & & & & & \\ & f_0 & j_1 & f_2 & & & \\ & & f_1 & j_2 & f_3 & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & & & & f_{w-4} & j_{w-3} & f_{w-2} \\ & & & & & & & & & f_{w-3} & j_{w-2} \end{pmatrix}$$

$$e_0 = 1 + g(\Delta t)^2 \left(\frac{d_0 + d_1}{2(\Delta x)^2} \right)$$

$$e_k = 1 + g(\Delta t)^2 \left(\frac{d_{k-1} + 2d_k + d_{k+1}}{2(\Delta x)^2} \right) \quad (1 \leq k \leq w-2)$$

$$e_{w-1} = 1 + g(\Delta t)^2 \left(\frac{d_{w-2} + d_{w-1}}{2(\Delta x)^2} \right)$$

$$j_k = 1 + g(\Delta t)^2 \left(\frac{d_k + d_{k+1}}{(\Delta x)^2} \right)$$

$$f_k = -g(\Delta t)^2 \left(\frac{d_k + d_{k+1}}{(\Delta x)^2} \right)$$

である。

3 しぶきの発生アルゴリズム

実際にしぶきが発生する原因は幾つかあるが、現在想定している状況は、水面下の地面の高低差によって、波

の上部と底部の速度が変化し、その変化によって波が形状を維持できなくなった場合に波が崩れ、しぶきが発生する場合である。

具体的な例として、徐々に水面下の地面が高くなる状況を想定する。水深が深い場所から、浅い場所へ向かって波が進む場合、波の底部は地面の影響で速度が減衰するが、上部はそのままの速度で進行する。やがて、波の上部が前のめりになり、水面が波の形状を維持できなくなった時点で波が崩れ、しぶきが発生する。

実際にそのような地形上で、Height Field モデルを適用した場合、波が浅瀬に近づくにつれ、Height Field 上の速度が急激に上昇している様子が確認された。そのため、速度に着目して発生条件を考察するのが妥当ではないかと考えた。

次に現段階で用いているアルゴリズムについて述べる。

まず、一つ前のステップと比較して水が増加しており、かつ、速度がある閾値以上の格子点を探す。前述したように、速度は格子点間の速度なので、格子点の左右の速度の平均を格子点上の速度とする。

そして、格子点の左右の速度差をとる。 i 番目の格子点に着目している場合には、 $u_i - u_{i-1}$ の値を求め、この値にも閾値を設定し、閾値以上の場合にしぶきを発生させるようにしている。

以下にしぶきの発生例を示す。

図に示したように、地面が徐々に高くなっている方向に波が進んでいる場合にしぶきが発生している様子を確認できた。

4 まとめ

本論文で、Height Field への水の追加量を考慮した基本式を示し、その解法を示した。また、速度の差に着目して、Height Field からパーティクルへの変換を行うしぶきの発生モデルを提案し、その結果を示した。

現段階では、表面張力などのパーティクル同士の相互作用を考慮していない。また、しぶきの発生条件である閾値やパーティクルへ変換する水の量の設定は、時間間隔や Height Field の格子間隔によって、それらしく見えるように試行錯誤で与えている。今後は、変換に用いられる閾値を理論的に求めるように改良する必要がある。

また、今回のモデリングでは、しぶきが発生している部分の Height Field の水量のみが変化しているが、速い速度で波が破碎する場合には、波の形が全体的に変形することも考えられる。図示した結果のうち、図 (a) のような場合には、しぶきが発生している場所の反対の部分がもう少し前のめりになっている方が自然であろう。

今後は、上記の問題点の解決を行いながら、三次元化を行っていきたいと考えている。

参考文献

- [1] Michael Kass and Gavin Miller "Rapid, Stable Fluid Dynamics for Computer Graphics" Proc. SIGGRAPH'90(August 1990), pp.49-57
- [2] 徳山哲朗、山本強、高井昌彰「水流のしぶき発生に関する考察」55回情報処理学会全国大会講演論文集（分冊4），pp.4-309
- [3] Darwyn R. Peachey "Modeling Waves and Surf" Proc.SIGGRAPH'86 (August 1986), pp.65-74
- [4] Alain Fournier "A Simple Model of Ocean Waves" Proc.SIGGRAPH'86 (August 1986), pp.75-84
- [5] Cassidy J.Curtis, Sean E.Anderson, Joshua E.Seims, Kurt W.Fleischer and David H.Salesin "Computer-Generated Watercolor" Proc.SIGGRAPH'97 (August3-8,1997), pp.421-430

