3H－2

移動体環境での階層的位置管理問題のための厳密アルゴリズム

南 拓也　有信 明彦　松野 浩嗣
山口大学理学部

1 はじめに

移動体の位置管理の方式として，固定ネットワークをエリアと呼ぶ一つ以上のルータからなる部分集合に分割し，各エリア内およびエリア間の位置管理を独立に行う階層的位置管理方式[1]がある．この方式において萩野らは，ネットワーク中の移動体の移動頻度をもとにネットワークを階層化する発見的なアルゴリズムを提案した[2]．本稿では，この問題を定式化し，問題の厳密解を求めるアルゴリズムを提案し，さらにこの問題の計算時間について考察する．

2 階層的位置管理問題

文献[2]の階層的位置管理方式について整理する．この方式では，ルータが有線で接続された固定ネットワークを階層化する．ネットワークをエリアと呼ぶ一つ以上のルータからなる部分集合にわけ，エリア内レベルではルータを単位とし，エリア間レベルではエリアを単位とした位置管理を行う．

各エリアには代表ルータと呼ぶ特殊なルータを一つ設置する．代表ルータは担当するエリア内の全ての移動体の位置情報を保持し，その情報を必要に応じて他の代表ルータと交換する．異なるエリアの移動体宛のデータパケットは，必ず両エリアの代表ルータを経由してフォワードされる．代表ルータ以外のルータは自局が属するエリア以外のエリアの構成情報や移動体の位置情報を保持しなくてもよい．

各階層では，DF(Default Forwarding)[1]と呼ばれる手法で位置管理を行う．この手法では各移動体がデフォルトルータをもち，移動が発生するたびに，移動元および移動先のルータがこのルータに通知する．移動体宛の通信が発生すると，その移動体のデフォルトルータにパケットを一旦フォワードし，デフォルトルータが移動体の現在地へパケットをさらにフォワードする．

階層的位置管理方式では，各エリアの代表ルータがそのエリア内におけるデフォルトルータの役割をする．

ネットワークを二段に階層化して位置管理を行う場合を問題として定式化する．

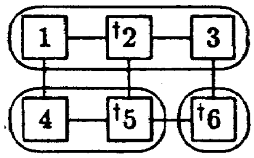
階層的位置管理方式に用いられるネットワークを，ルータをノード，有線で接続された部分を枝とする無向グラフ $G=(R,E)$ で与える．ここで $R=\{r_1,r_2,\ldots,r_n\}$ はノード集合，$E=\{(r_i,r_j)|r_i,r_j\in R, 1\le i,j\le n\}$ は枝集合である．隣接するノード間の距離を1（1ホップ）とする．ノード r_i とノード r_j の間の距離は，ノード r_i からノード r_j への最短パスのホップ数とし，これを h_{r_i,r_j} で表す．ネットワーク内の各ノード間のホップ数を $n\times n$ の行列 H で与える．このネットワークにおいて，移動通知に用いられる制御パケットの平均サイズを1とし，通信に用いられるデータパケットの平均サイズを $d(\ge 1)$ とする．ネットワーク内の移動体がノード r_i からノード r_j へ移動する頻度を m_{r_i,r_j} とする．$r_i=r_j$ の場合は同じルータ下の移動であり移動通知を必要としないため $m_{r_i,r_j}=0$ とし，簡単のため $m_{r_i,r_j}=m_{r_j,r_i}$ とする．ネットワーク内の移動体の移動頻度を $n\times n$ の行列 M で与える．ネットワーク全体の通信頻度は λ で与える．

ネットワークの階層構造を集合により与える．エリア数を k とすると，エリア分けは R の部分集合の集合 $A=\{A_1,A_2,\ldots,A_k\}$ で与らえる．A の各要素はエリアを表す．階層的位置管理方式では，この A に対し，

(1) $R=\bigcup_{i=1}^{k}A_i$.

(2) 任意の $A_i,A_j\in A$ について，もし $i\ne j$ ならば $A_i\cap A_j=\phi$.

が成り立たなければならない．すなわち A は R の直和分割となっている．各エリアの代表は，A の各要素から1つ要素を選んだ集合 $D=\{d_1,d_2,\ldots,d_k|d_i\in A_i, 1\le i\le k\}$ で与える．ネットワークの階層構造を $S=\{(A_i,d_i)|^{\forall}i(1\le i\le k)[A_i\in A,d_i\in D]\}$ で表す．図1に階層構造の例を示す。明らか



$A=\{\{1,2,3\},\{4,5\},\{6\}\}$
$D=\{2,5,6\}$
$S=\{(\{1,2,3\},2),(\{4,5\},5),(\{6\},6)\}$

図1: 階層構造（図中の丸角の四角はエリア，†は代表ルータを表す）

An Optimal Algorithm for Hierarchical Location Management Problem on Mobile Environment
Takuya MINAMI, Akihiko ARINOBU, Hiroshi MATSUNO
Faculty of Science, Yamaguchi University

に，階層化の行われていないネットワークでは$S = \{(\{r_1\}, r_1), (\{r_2\}, r_2), \ldots, (\{r_n\}, r_n)\}$ となる．

ネットワーク全体のトラヒック量を求めるトラヒック導出式を与える．トラヒック量はパケットサイズとパケットホップ数の積とする．ノードr_iからノードr_jへ通信が行われたときのパケットホップ数を以下のように定義する．ノードr_iが属するエリアの代表ルータをvとし，$I_{r_i} = h_{r_i,v}$，$O_{r_i} = \sum_{v' \in D} h_{v,v'}/k$とする．パケットホップ数は，$c_{r_i,r_j} = I_{r_i} + I_{r_j} + O_{r_i} + O_{r_j}$となり，トラヒック導出式は

$$T = \sum_{r_i, r_j \in R} (1 \times c_{r_i,r_j} \times m_{r_i,r_j} + d \times c_{r_i,r_j} \times \frac{\lambda}{n^2})$$

で定義される．

階層的位置管理問題

入力：グラフ$G = (R, E)$，ホップデータH，移動頻度M，通信頻度λ，パケット長d．

問題：トラヒック量Tを最小とする階層構造Sを求めよ．

3 厳密アルゴリズム

階層的位置管理問題の厳密解を求めるアルゴリズムを与える．

階層構造をn個の要素からなる配列$Default$で与える．ノード集合を$R = \{1, 2, \cdots, n\}$とし，$Default$の各要素はRからなるとする．$Default[i] (1 \leq i \leq n)$は，ルータ$i$が属すエリアの代表ルータを表すとする．このとき，$Default$には次の条件が成り立つ．

階層構造条件 $Default[i] = j (1 \leq i, j \leq n)$において，$i \neq j$である全ての$j$に対し，$Default[j] = j$が成り立つ．

<厳密アルゴリズムの概略>

1. 階層化の行われていないネットワークのトラヒック量を求め，これを$T_{primary}$とする．
2. 配列$Default$をn桁のn進数に見立て列挙する．
3. 2. で求めたものの中から階層構造条件を満たすものについてTを求め，最小のものをT_{min}とする．
4. $T_{min} < T_{primary}$なら，T_{min}となる階層構造を解として出力する．

与えられたネットワークの階層構造を全て列挙して，その中からトラヒック導出式Tを最小とするものを選べば階層的位置管理問題の厳密解を求めることができる．そこで，階層構造の総数について考える．

Rの直和分割$A = \{A_1, A_2, \ldots, A_k\}$について，代表ルータの選び方は$|A_1| \times |A_2| \times \ldots \times |A_k|$通りある．ただし，$|X|$は集合$X$の要素数を表す．したがって$R$の直和分割を全て求めれば階層構造の総数を求めることができる．n個の要素からなる集合の要素数kの直和分割の総数はスターリング数[3]として知られているが，実際に直和分割を求めるのは困難である．そこで次のようなアプローチをとる．

先ほどと同じようにエリア数kの場合で考える．まず代表となるルータをk個決める．これを，$D = \{d_1, d_2, \cdots, d_k | d_i \in R, 1 \leq i \leq k\}$とする．次に$A_i = \{d_i\} (1 \leq i \leq k)$という集合をつくり，$R - D$の全てのルータを$A_i$へ適当に振り分ける．$A = \{A_1, A_2, \cdots, A_k\}$とすると$S$が求まる．このやり方により求まる$S$は，階層化の考えにもとづく$S$と同じであることは容易に確かめられる．$D$の求め方が${}_nC_k$通り，これら各々に対し$A$の求め方が$k^{n-k}$であるので階層構造の総数は

$$\sum_{k=1}^{n} {}_nC_k \cdot k^{n-k}$$

であることが分かる．したがって，しらみつぶしに調べて解を求める方法では，ルータ数に対して指数関数で表される時間を必要とし，現実的な時間で解くことはできないといえる．

4 おわりに

本稿では，階層的位置管理問題の厳密解を求めるアルゴリズムを提案し，さらにその計算にはルータ数において指数関数で表される時間を必要とすることを示した．

階層的位置管理問題がＮＰ完全[4]であることを示せば，この問題に対する多項式時間のアルゴリズムが存在しないことの強い根拠となる．これから，その証明に取り組みたいと考えている．

参考文献

[1] 荻野浩明，原隆浩，塚本昌彦，西尾章次郎：ネットワークの階層化を用いた移動体通信プロトコルについて，マルチメディア通信と分散処理ワークショップ論文集，pp.187-194,(1996).

[2] 荻野浩明，原隆浩，塚本昌彦，西尾章次郎：移動体通信のための階層的位置管理方式におけるグループ構成手法，マルチメディア，分散，協調とモーバイル(DiCoMo)ワークショップ論文集，pp.179-184(1997).

[3] 野崎昭弘：離散系の数学，近代科学社(1980).

[4] M. R. Garay and D. S. Johnson:Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, W.H.Freeman and Company, San Francisco (1979).