

景気循環モデルにおける時系列データの解析と 価格変動のメカニズム*

6W-10

田伏 正佳 田中美栄子
宮崎大学工学部

1. はじめに

経済は複雑なシステムである。しかし、従来の経済学では本質的に多変数システムである経済システムを単純化して変数を減らし、解析的に解く方法が行われてきた。その時柱になった理論が均衡理論であり、需要と供給の均衡によって価格が決定されるが、均衡状態では不動点か周期解しか考えてこなかった。

田中ら [1] は経済を動的で複雑なシステムとしてとらえる立場から、景気循環モデルを作った。興味深いことにこのモデルから得られる平均価格のデータはあるパラメータ領域において大きな振動を続け、その後、突然壊れ、小さな揺れになる。なぜこのような現象が起こるのであろうか。そこで、本稿ではこの時系列データを解析した結果と価格変動のメカニズムについて述べる。

2. 景気循環モデル

連続的に分割可能な1種類の商品がN人の取引者によって取り引きされ、その代金を支払うモデルを考える。すべての取引者は同じ商品の売り手でも買い手でもある。t日目の取引において、クジによって順番が決まった買い手は予算の範囲内で自分の商品価格と同じか安い商品を価格の安い売り手から順番に買う。すべての売り買いが終了した時点で取引が終了し、各取引者は商品価格、予算を次式のように変更し、t+1日目の取引を開始する。ただし、買った商品は、L日間倉庫に保管されるから取引可能な状態になるとする。

- ・商品が売れた場合： $P_k \rightarrow P_k + b, B_k \rightarrow B_k + b$
- ・商品が売れなかった場合：

$$P_k \rightarrow P_k / (1 + a), B_k \rightarrow B_k / (1 + a) \quad (1)$$

- ・売の商品がなかった場合： $P_k \rightarrow P_k, B_k \rightarrow B_k$

ここで、 $k = 1, \dots, N$, P_k は商品価格、 B_k は予算である。予算は資本(M_k)を超えないとする。 $(B_k \leq M_k)$

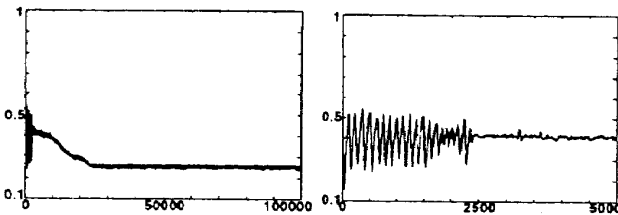


図1 平均価格の変動 ($N=100, a=0.06, b=0.03, L=1$)。
(縦軸: 価格, 横軸: 日数)

このモデルのシミュレーションを行ない、平均商品価格の変化を調べる。その結果、 $L=1$ の場合、 a, b の値がある領域では、始めのうちは大きな振動し続けその後、突然それが崩れて小さな揺れになる(図1)。

3. 時系列解析

景気循環モデルでは大きな振動と突然の崩壊の現象が見られる。この原因を究明するために、平均価格の時系列データを解析し、パワースペクトラム、相関次元、最大リアブノフ指数を求める。

3.1 パワースペクトラム

$N=100, L=1, a=0.06, b=0.03$ での時系列データの大きな振動部分と崩壊後の部分のパワースペクトラムは図2のようになる。大きな振動部分は高周波部分の傾きが f^{-2} である。崩壊後はよりランダム的なスペクトラムになっている。

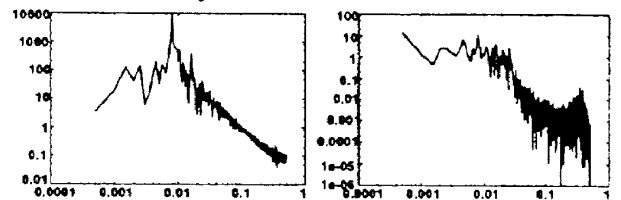


図2 パワースペクトラム ($N=100, a=0.06, b=0.03, L=1$)。
(縦軸: パワー, 横軸: 周波数。左: 振動部分, 右: 崩壊後の部分)

3.2 相関次元

$N=100, L=1, a=0.06, b=0.03$ での時系列データの相関次元 [2] は大きな振動部分が2.16、崩壊後の部分が4.49である。

3.3 最大リアブノフ指数

$N=100, L=1, a=0.06, b=0.03$ での時系列データについて、4000回ごとの最大リアブノフ指数 [3] をもとめる(図3)。全体として非常に小さな正の値であり弱いカオス状態である。また、振動の状況が変化する所で最大リアブノフ指数が大きくなっている。

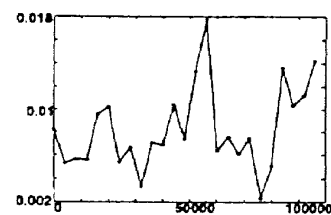


図3 最大リアブノフ指数 ($N=100, a=0.06, b=0.03, L=1$)。
(縦軸: 最大リアブノフ指数, 横軸: 日数)

4. 価格変動のメカニズムについて

景気循環モデルによって生じる平均価格の変動は弱いカオスである。そしてこのことが、大きな振動をある程

*Analysis of Time Series and Price Change Mechanism in a Model of the Trade Cycle., Masayoshi Tabuse, Mieko Tanaka-Yamawaki, Miyazaki University, Miyazaki, Japan

度長く維持する要因になっていると思われる。しかし、なぜ大きな振動が起こるのか。なぜ、突然崩壊するのかについてはこれらの情報からはわかりづらい。この章では大きな振動のメカニズムについて考察する。

図4に平均価格とある取引者の商品価格の変動を示す。これを見ると取引者の価格は平均価格を中心として上下に振動していることがわかる。他のすべての取引者の商品価格も同じように平均価格のまわりで上下振動する。この振動は式(1)より予想されることではあるが、取引者の商品価格が個々に振動しつつ全体が一体となって大きな振動を生じることについてはこの式を見ただけではわからない。

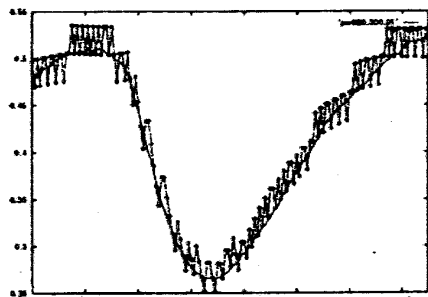


図4 平均価格と取引者の商品価格の変動 (N=100, a=0.06, b=0.03, L=1)。(縦軸:価格, 横軸:日数)

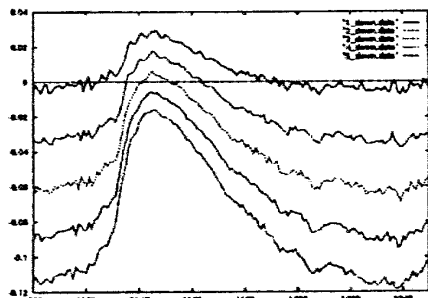


図5 <n-down>のグラフ (N=100, a=0.06, b=0.03, L=1)。(縦軸:価格, 横軸:日数)

そこで、取引者の価格変動について平均価格をもとに調べてみる。図4より価格変動は1回の価格上昇とn回の価格下降が1つの組となってそれが繰り返している。この組をn-down elementと呼び、n-down elementの最初の価格 ($price_0$) がn-downした後の価格からその時の平均価格 (\overline{price}_n) を引いた値をn-down valueと呼ぶことにする。各取引者についてn-down valueを調べることができるが各価格は平均価格のまわりを振動しているため、平均価格をもとに分析することで振動のメカニズムがわかると思われる。

今、平均価格のn-down valueを次式で求める。

$$\begin{aligned} \langle n-down \rangle &= (\overline{price}_0 + b)/(1+a)^n - \overline{price}_n \\ &\approx \overline{price}_0 + b - n \cdot a \cdot \overline{price}_0 - \overline{price}_n \end{aligned} \quad (2)$$

大きな振動部分の<n-down>を求めたのが図5である。商品は他の取引者の商品価格より高い場合は

売れずさらに価格が下がるので、<n-down>のうちゼロ付近または負のn-down elementが選ばれる。実際の個々の商品価格は平均価格より下の状態がn-down elementの始まりの価格になっているので、ゼロ付近はゼロより少し正の値のelementも許される。

大きな振動は式(2)および図5より以下のようにして起こる。

[下降部分]

価格が下がりだすとより大きなdown elementが選ばれ、それが平均価格の下降を加速する。しかし、ある程度価格が下がると下げ幅が段々小さくなることにより、平均価格の下降が小さくなる。平均価格の曲線の極小値付近ではゼロより少し正の値のelementも選ばれ価格上昇へと転じる。

[上昇部分]

価格が上昇し始めるとより小さなdown elementが選ばれ、それが平均価格の上昇を加速する。しかし、ある程度価格が上がると下げ幅が段々大きくなることにより、平均価格の上昇が小さくなる。平均価格の曲線の極大値付近ではゼロより少し負のelementが選ばれるようになり下降へと転じる。

このようなメカニズムにより個々の価格が影響しながら、全体として平均価格の大きな変動を生じさせる。

大きな振動から突然の崩壊についてはまだ良くわかっていないが、大きな振動が微妙なバランスで成り立っており、このバランスが何かの原因で少しでもくずれるとそれが引金になって、崩壊へと向かうのではないかとと思われる。

5. おわりに

我々は、田中らの景気循環モデルでの平均価格の変動についてパワースペクトラム、相関次元、最大リアプノフ指数を調べ、パワースペクトラムでの解析で平均価格の変動は高周波領域で f^{-2} の傾きを持ち最大リアプノフ指数の結果より弱いカオスであることがわかった。さらに、大きな振動のメカニズムについて個々の取引者の商品価格の変動をすべて見ずに、平均価格のn-down valueを調べることで解釈できることを示した。今後は、大きな振動と突然の崩壊、特に突然の崩壊のメカニズムについて明らかにしていくつもりである。

参考文献

- [1] M.Tanaka-Yamawaki, K.Hasebe and L.C.Jain, Proc. of EDT2000, 1995 pp.571-577.
- [2] P.Grassberger and I.Procaccia, Phys. Rev. Lett., Vol.70 (1993) pp.3872-3875.
- [3] S.Sato, M.Sano and Y.Sawada, Prog. Theor. Phys., Vol.77 (1987) pp.1-5.