

動的負荷分散を用いた適応格子法の並列計算

古山 彰一† 松澤 照男††

本研究では、適応格子法に適した並列アルゴリズムの開発を行った。適応格子法は、非定常流を扱う際に非常に有効な手段であるが、この手法に対して並列計算を施そうとすると、各プロセッサの負荷の不釣合が問題になってくる。本研究では、動的負荷分散を用いることで、適応格子法に適した並列計算アルゴリズムを開発した。

Dynamic Region Division Method for the Parallel AMR

SHO-ICHI FURUYAMA† and TERUO MATSUZAWA††

We developed an algorithm for parallel AMR (Adaptive Mesh Refinement). The AMR is a valid method for unsteady compressible flow. To parallelize this method, we had to consider about a load balancing. In this paper, we report a simple and a valid parallel AMR algorithm using the dynamic region division method.

1. はじめに

数値計算を用いて圧縮性流体解析を行う場合、衝撃波などの数値的な不連続面をシャープにとらえることが必要である。Bergerら^{1),2)}によって提唱された適応格子法は、物理量の勾配を見ることにより不連続面の存在する領域を予測し、そのような領域で格子を細分化する手法である。そのような性質から、物理的な振舞いがあらかじめ分からないような非定常の問題に対して、実行時間、メモリ消費量、精度の点に対して非常に優位であるといえる。

この手法に対して並列計算を施す場合には以下の点に注意する必要がある。

- 適応格子法を用いることにより、細分化された格子が任意の領域に生成されるため、並列計算の際に、格子の多い領域を受け持つ Processing Element (以下 PE) と格子の少ない領域を受け持つ PE が存在する。そのため、各 PE における負荷量にかなりのばらつきが発生すると考えられる。また、時間が進むにつれ細分化格子が生成される領域も一般的には変化する。

以上の点を考慮に入れ、本研究では適応格子法に適した動的負荷配分をとともなう並列計算アルゴリズムを開発した。

適応格子法を並列計算機上で実装した例として、Kallinderisら³⁾の研究があげられる。彼らは、適応格子法をCray社の並列計算機Y-MP上でMIMD型のアルゴリズムを用いて並列計算を行い、また、Thinking Machine社の超並列計算機CM2上で、SIMD型のアルゴリズムを用いて並列計算を行っている。本研究では、Thinking Machine社の超並列計算機CM-5上で、動的な領域分割法をとともなう、適応格子法に適したMIMD型のアルゴリズムを検討した。

2. 基礎方程式について

本研究で使用した方程式は、非粘性圧縮性流体に関する保存形の方程式である。

$$\partial_t q + \partial_x F_x + \partial_y F_y = 0. \quad (1)$$

ここで、

$$q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ E \end{pmatrix}, F_x = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p \\ \rho v_x v_y \\ (E + p)v_x \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$F_y = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_x v_y \\ \rho v_y^2 + p \\ (E + p)v_y \end{pmatrix}. \quad (3)$$

† 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科情報システム学専攻
School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

†† 北陸先端科学技術大学院大学情報科学センター
Center for Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

また、 ρ は密度、 v_x, v_y はそれぞれの方向における速度、 p は圧力、 E は単位体積あたりの全エネルギーを表す。この数式を解くための手法としては、Hartenの流束修正法をとまなう TVD 法^{4),5)}を用いた。

3. 適応格子法について

適応格子法では、以下の4つのことについて考察が必要である。

- (1) 格子細分化の判断基準
- (2) 細分化された格子のデータの内挿
- (3) タイムスケジューリング
- (4) 異なる格子サイズが接する部分での流束修正

(1) については、Löhner の指針値^{6),7)}を利用した。

$$E_i = \frac{|U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1}|}{|U_{i-1} - U_i| + |U_i - U_{i+1}| + c} \quad (4)$$

ここで、 $c = \delta(|U_{i-1}| + 2|U_i| + |U_{i+1}|)$ 、 U は物理量、 i は格子番号、 E は判断基準値、 δ は経験値となる。基準値となる E の値がある値よりも大きくなる場合に、物理量の勾配が大きい場所であると判断し細分化を施す格子と見なす。この指針値を用いることにより、数値的に不連続になっている部分を探し出し、その場所で格子の細分化を行う。

また、(2)~(4)については、Berger²⁾、Ruffert⁸⁾らのものに従った⁹⁾。

4. 並列手法

本報で使用している双曲型の方程式を、差分法で数値解析を行う場合は、ある離散点での物理量が影響を及ぼす領域は、CFL (Courant) 条件から制限される。したがって、非常に単純に並列化を施すことが可能である。具体的には、各 PE が受け持つ領域の境界に数メッシュ分の適切なバッファを加えるだけで、それぞれの PE が独立に計算を進めることが可能になる (図 1)。このバッファにおける物理量を各タイムステップごとに隣の PE とメッセージパッシングすることで、計算を進めることが可能である。

4.1 等間隔領域分割法

まず始めに、等間隔領域分割法について述べる。等間隔領域分割法は、図 2 のように、計算領域を使用する PE 数で等面積に分割し、それぞれの領域を各 PE に割り当てて計算を行う手法である。

図 3 は、2PE を用いた際のフローチャートである。この図の中で、点線の矢印はメッセージパッシングのプロセスを示し、実線の矢印は、実際の処理の流れを表している。以下で、実際のプロセスについて説明を行う。

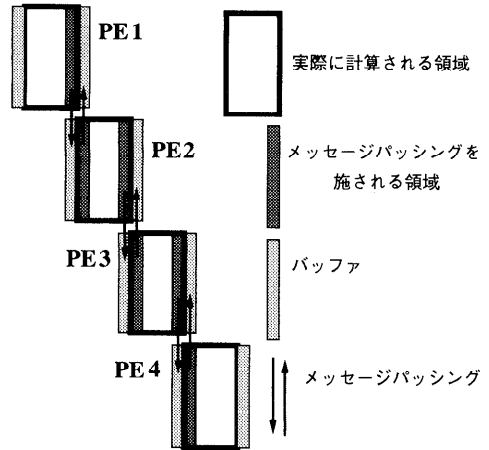


図 1 メッセージパッシングの領域
Fig. 1 Region of message passing.

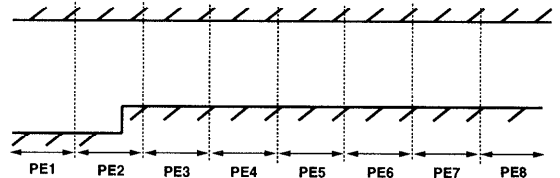


図 2 等間隔領域分割法における各 PE の受け持つ領域 (8PE 使用時)

Fig. 2 Calculated region of each PE on static region division method (using 8PEs).

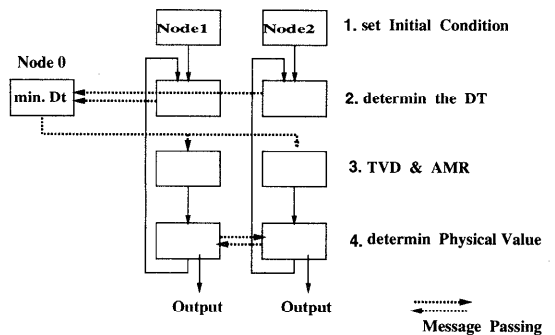


図 3 等間隔領域分割法の流れ図
Fig. 3 Flow chart of static region division method.

- (1) 初期条件を設定する。
- (2) Δt の設定を行う。 Δt は、各 PE 内で独立に計算されるため、計算領域内で、PE の個数分の Δt が存在することになる。 Δt は CFL 条件に従って生成されるためこれらの Δt の中で最小となるものが、適切な Δt となる。このプロセスは、各 PE で計算された Δt をある PE に集めその中で最小値を求め、その後各 PE にその

最小値を返す手続きを実行する。

- (3) (1) で与えられた初期条件と (2) で求められた Δt を用いて、各 PE で独立に計算を行う。
- (4) (3) で、PE がそれぞれ独立に計算を行った後、各 PE の受け持っている境界部分のデータのやりとりをそれぞれ隣の PE どうしで行う。

以上の 4 つのプロセスにより、等間隔領域分割法が実行される。

4.2 負荷分散手続き

適応格子法を並列計算する場合、一般的には、ある PE にのみ細分化格子が集中し、その PE の負荷が非常に大きくなることが考えられる。そこで本研究では、各 PE の負荷が一定になるように何らかの手法を付加する必要がある。まず最初に各 PE の負荷を定量化することから考える。この定量化を行う際に考慮に入れるべき要素は以下の 2 つである。

- (1) 各 PE の受け持つ領域内にある格子数
- (2) 格子の細分化レベル

(1) については、各 PE の持つ負荷量は格子数と密接な関係があることから必要な要素である。(2) は、格子の細分化が進むにつれ計算量が増えるために必要な要素である。Ryu らの手法⁵⁾についてタイムスケジューリングを見ると、細分化格子は計算回数が増えていることが分かる。具体的には、レベル 0 の格子は 1 回、レベル 1 の格子は 2 回、レベル 2 の格子は 4 回の計算を施すことで、1 タイムステップ、つまり Δt の計算が行われる。また、1 つの格子が細分化された場合には 2 次元の場合 4 つの細分化格子が生成されるため、一般的には細かい格子つまり計算回数の多い格子が数多く生成される。よって (2) の要素も考慮に入れる必要がある。

以上の 2 つの要素を考慮に入れ、以下の式 (LB: Load Balancing indicator) を用いることで、各 PE における負荷の定量化を行った。

$$LB_{PE} = \sum_{level=0}^{LEV} 2^{level} N_{level}. \quad (5)$$

ここで、 LB_{PE} は、プロセッサ番号 PE の LB の値、 LEV は適応格子法における最大細分化レベル、 N_{level} は格子の細分化レベルが $level$ である格子の数を表している。具体的に最大細分化レベルが 2 レベルの場合には、以下の式で LB の値を求める。

$$LB_{PE} = N_0 + 2 \times N_1 + 4 \times N_2. \quad (6)$$

この値が各プロセッサで平均化されれば、並列度をあげることが可能になると考えられる。

実際にこの負荷量の平均化は、各 PE の受け持つ領

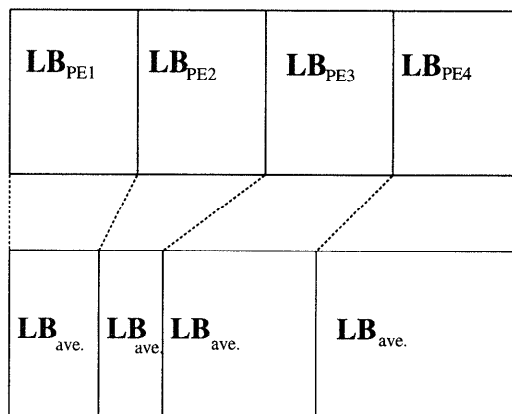


図 4 各 PE の計算する領域

Fig. 4 Calculated region of each PE.

域を小さくすることで行う。図 4 はその概念図である。この図では、PE2 が非常に大きな LB の値を持っていると仮定しているため、PE2 の新しい領域はかなり小さくされている。また逆に、PE4 は比較的 LB の値が小さいと仮定されていて、新しい領域は古い領域よりも大きな面積を持つように制御された。

この操作を行うことで、各 PE の持つ負荷量 LB の値を平均化する。

4.3 動的領域分割法

前節において、各 PE における負荷を定量化し、その平均化の方法を示した。しかしながら、本研究で対象とする流体は非定常流であるために、それには衝撃波などの数値的な不連続面が新たにできたり、移動したり、消滅したりという振舞いがある。また、そのような振舞いにともない、細分化が施された格子が増えたり減ったり、または、移動したりする。そのような状況が考えられることから、負荷バランスが時間ステップが進むにつれ崩れてくるのが容易に予想できる。そこで、時間ステップに対して、動的に各 PE の持つ領域を小さくすることで、負荷量 LB を平均化することを考える。

この部分の手続きとしては次のステップを踏む。

- (1) 各 PE 内で LB の値を計算する。
- (2) 各 PE は、LB の値を 0PE に送る。
- (3) 0PE にて LB の平均値を求める。
- (4) 0PE の中で、各 PE の現在受け持っている領域と、LB を平均化するために求めた新しい領域の差分の情報を得る。
- (5) (4) で求めた、古い領域と新しい領域の差分の情報から、新しい領域に対して物理量のデータをメッセージパッシングする。

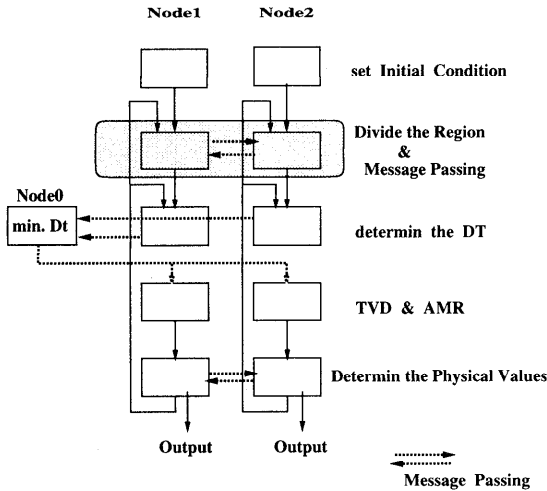


図5 動的領域分割法の流れ図

Fig. 5 Flow chart of dynamic region division method.

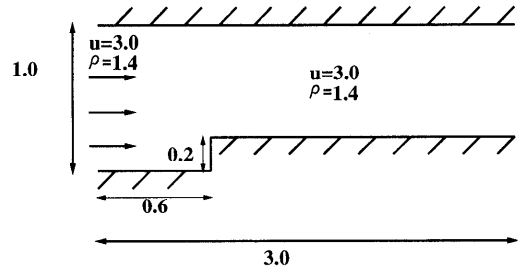
このステップの中で、(5)のステップが少々複雑である。ここで行うメッセージパッシングのパターンとして、以下のパターンが考えられる。

- (1) メッセージパッシングをまったく行わない PE.
- (2) 隣接する片側の PE からデータを受け、もう片側の PE にデータを送る PE.
- (3) 隣接する両隣の PE からデータを受ける PE.
- (4) 隣接する両隣の PE にデータを送る PE.

(1)については、古い領域と新しい領域の始点と終点の x 方向における位置（つまり、左端と右端の物理空間全体における格子の座標）が同じである場合はメッセージパッシングは行わない。(2)については、左側からデータを受けるか、右側からデータを受けるかという2つのパターンがある。(3)、(4)に関しては、隣接する PE に対して、データを受けるだけ、もしくは、データを送るだけといった、同じ操作を施すパターンである。

このプロセスにおける物理量のメッセージパッシングに対して並列化を施すことは非常に困難である。現時点では、この部分は、PE1 から順番に、新しい領域に対応させるような手法を用いている。

ここまで、時間ステップにおいて動的に各 PE の受け持っている領域を大小させる手法について示した。この付加的な部分を等間隔領域分割法の中に組み込むことで、前節で定量化した各 PE における負荷量を平均化することが可能になる。この手法を組み込んだフローチャートを図5に示した。これは図3にここで示した新しい手法を付加したものである。付加した部分は、マスクのかかっている部分である。

図6 初期条件
Fig. 6 Initial condition.

5. 結果

本研究では、段差のある風洞にマッハ3の風を流し込んだ場合の物理状態を解析する問題について実験を行った。この問題は、強い衝撃波の解析問題として、Woodwardら¹⁰⁾の実験が有名である。彼らの実験では、強い衝撃波が徐々に成長し、さらに固体壁に衝撃波がぶつかり反射などを繰り返す状況が見られた。

本研究の実験の中では、具体的に次のような条件を与えた。風洞は、入口の高さが1、長さが3の風洞に入口から0.6の位置に0.2の高さの段差を設けたものである。実験では、この風洞に入口からマッハ3の風を流し込む。入口の境界条件は流し込みの条件で、出口は物理量勾配0の条件を用いた。また、上下に関しては、固体壁の条件で計算を行った。初期条件は、密度1.4、圧力1.0、横方向速度3、縦方向速度0、比熱比は1.4を用いた。また、使用格子数は 120×40 のレベル0格子（初期格子）を用いた（図6）。

図7は、以上の条件のもとで、初期格子のみで解いた結果である。風洞の中で段差を設けた近辺で強い衝撃波が発生し、時間が進むにつれ衝撃波が成長しているのが分かる。また、 $t=1$ あたりから、衝撃波が固体壁とぶつかることで反射していることが分かる。さらに時間を進めると ($t=2.0$)、下側の固体壁においても衝撃波が反射していることを確認できる。これらの結果は、Woodwardらの結果と非常によく一致している。

5.1 精度について

次に適応格子法の精度について評価を行った。図8はその結果である。これは、この段差つき風洞問題において、時間が $t=2.0$ で、場所が $0.3 \leq x \leq 0.8$, $y=0.5$ における密度の分布である。時間的には、図7の上から3番目の状態である。

この図の中で、半実線が初期格子のみで解いた場合である。点線は計算領域全域において初期格子のサイ

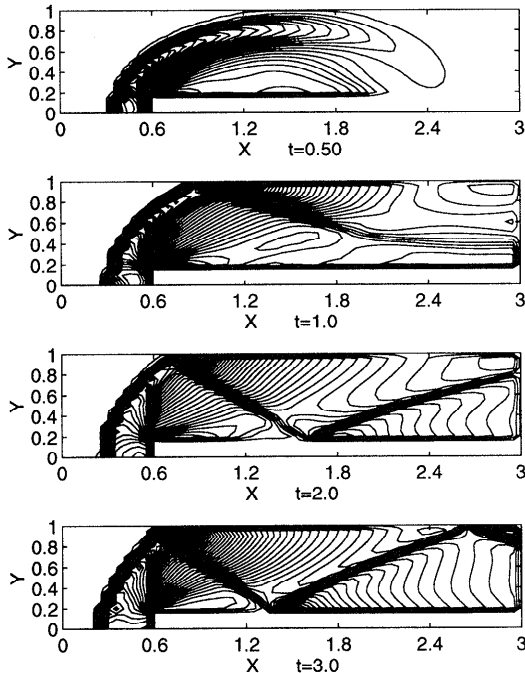


図7 物理状態（等密度線）の遷移
Fig. 7 State of density.

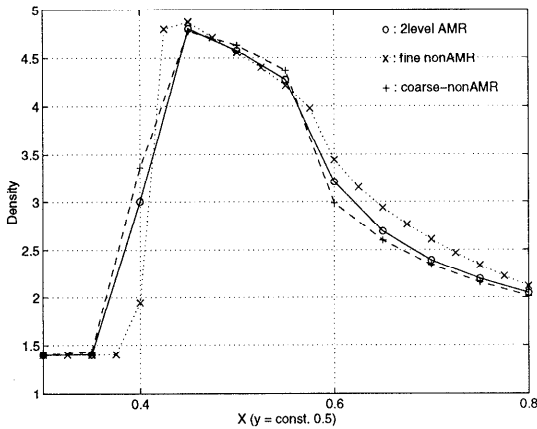


図8 精度の比較
Fig. 8 Accuracy.

ズを縦横それぞれ半分にしたものであり、実線が2レベルの適応格子法を用いたものである。物理量の状態としては、 $x = 0.4$ のところに不連続面があると考えられる。格子サイズを細かくしたものは、この不連続面を非常によくとらえている。

5.2 等間隔領域分割法について

等間隔領域分割法を用いて実際に数値計算を行った。計算条件としては、段差付き風洞モデルを100ステップ進めるまで計算を行った。このステップ数に対応す

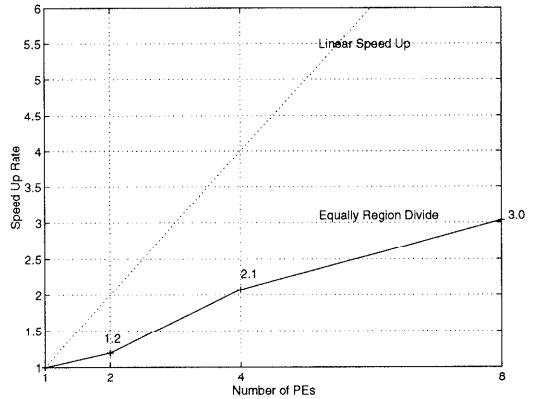


図9 等間隔領域分割法における速度向上比
Fig. 9 Speed up rate of equally region division method.

る実時間は約 $t = 0.5$ で、これは図7の最上位の図の状態に対応している。この条件における計算実行時間に関する結果を図9に示した。この図で、横軸は使用PE数、縦軸は速度向上比を表している。また、点線は線形速度向上比で、実線は等間隔領域分割法を用いた際の速度向上比の結果である。実際には2, 4, 8個のPEを用いて並列計算を行った。これらのPE数に対応する結果は、それぞれ、1.2, 2.1, 3.0倍の速度向上比となった。

次に、各PE負荷量について調べてみた。図10がその結果である。この図は、8PEを用いて並列計算を行った場合の結果を表している。この図の中で、点線が等間隔領域分割法を用いた場合の10ステップごとのLBの積算値である。この図から、20ステップを越える辺りから、PE2の負荷量が増え始めていることが分かる。また、30ステップを越える辺りから、PE1と3の負荷量が増え始め、それ以上のステップ数になると、PE2, 3の負荷量が非常に増えていることが分かる。しかしながら、PE番号が5以上のものについては、100ステップの計算を実行している間は、負荷量に関して増減具合に変化が見られないことが分かる。100ステップを終了したところでは、PE2は、PE5以上のものとは比べ3倍、PE3については7倍程度の差があることが分かる。

さらに、各PEの実行時間についての実験を行った。図11がその結果である。この図は、図10と同様8PEを用いて並列計算を行った場合の結果である。この図の中で、縦軸は実行時間、横軸はPEの番号を表している。この図の中で、点線が等間隔領域分割法を用いた場合の10ステップごとの実行時間のスプリットタイムである。この図をみると、20ステップを越える辺りか

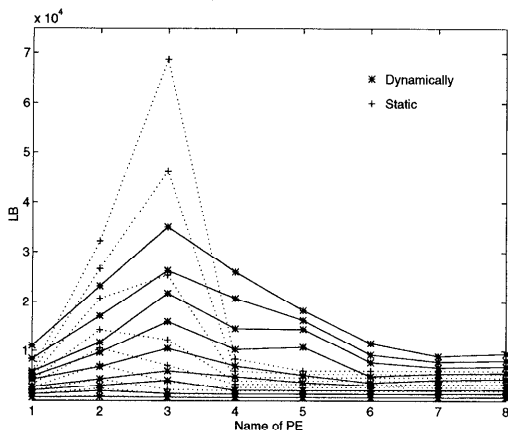


図 10 各 PE の LB の値
Fig. 10 LB value of each PE.

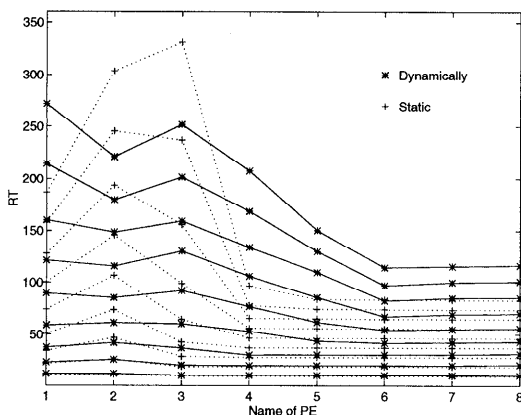


図 11 各 PE の実行時間
Fig. 11 Execution time of each PE.

ら、PE2 の実行時間が増え始めていることが分かる。また、30 ステップを越える辺りから、PE1 と 3 の実行時間が増え始め、それ以上のステップ数になると、PE1, 2, 3 の実行時間が、非常に増えていることが分かる。しかしながら、PE 番号が 5 以上のものについては、100 ステップの計算を実行している間は、実行時間の増減具合に変化が見られないことが分かる。100 ステップを終了したところで、PE1 は、PE5 以上のものと比べ 2 倍、PE2 については 2.5 倍、PE3 については 3.5 倍程度の差があることが分かる。

5.3 動的領域分割法について

等間隔領域分割法と同じ条件のもとで、動的領域分割法についても速度向上比と負化バランスについて実験を行った。速度向上比については、図 12 に載せた。図 12 は、縦軸が速度向上比、横軸が使用 PE 数を表している。またこの図の中で、実線が 3 本描かれているが、これは領域の再配分の回数における速度向上比

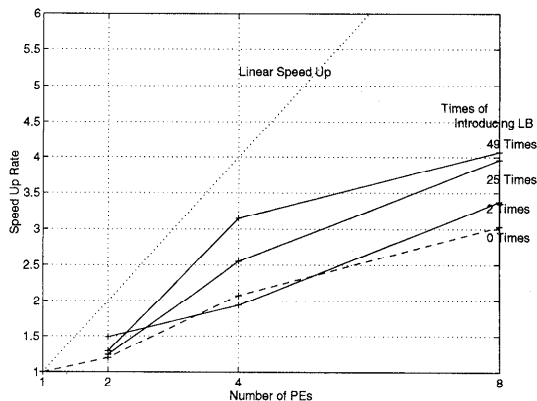


図 12 動的領域分割法における速度向上比
Fig. 12 Speed up rate of dynamic region division method.

を表している。領域再配分の回数は、100 ステップ中で 2, 25, 49 回行っており、それぞれ図の右側にその回数か示されている。特に 49 回再配分を行った際には、2, 4, 8 個の PE を使用したときでそれぞれ 1.2, 3.2, 4.1 倍の速度向上比を得ている。

負荷バランスについては、等間隔領域分割法と同様図 10 に載せた。この図の中で、実線が動的領域分割法を試みた場合のものである。この図は、100 タイムステップ中 25 回の領域再配分を行った場合の結果である。この図から、等間隔領域分割法よりは、PE3 におけるピークが下がり、その分、他の PE に負荷量が分散されていることが分かる。しかしながら、PE3 付近では、相変わらず非常に大きな LB の値があることが分かる。

各 PE における実行時間も、負荷バランスの図と同様、等間隔領域分割法と同様の図 11 に載せた。この図の中で、実線が動的領域分割法を試みた場合のものである。この図も、100 タイムステップ中 25 回の領域再配分を行った場合の結果である。この図から、等間隔領域分割法よりは、PE3 におけるピークが下がり、その分、他の PE の実行時間が増えていることが分かる。

6. 議 論

物理量が局所的に変化する場合について適応格子法を利用すると、局所的な部分で格子数が増大し、並列計算の際、その領域を受け持っている PE は非常に大きな負荷を持つことが考えられる。このような場合、動的に領域を大小させ、各 PE の負荷のバランスをとる手法である動的領域分割法は、非常に優位であると考えられる。

図 10 で、等間隔領域分割法では、PE2, 3 に非常に

大きなピークを持つグラフとなった。これは、物理量の変化が激しい領域がこの PE にあり、負荷量がこの PE に集中していることを表している。このときの物理状態は、マッハ 3 の風が風洞内の段差にぶつかり、その領域近辺で衝撃波が成長し始めるときである。衝撃波が成長しているところでは適応格子法により細分化格子が増大し、その領域を受け持っているプロセッサは非常に大きな負荷を持つ。それに対して、各 PE の受け持つ領域を小さくすることで負荷を平均化する動的領域分割法は、この問題に対して非常に良い結果を導き出している。ある程度のピークは持つものの、等間隔領域分割法と比較すると全体的にグラフがフラットになっており、負荷量として定義した LB の値が各 PE に、より平均化された量で与えられていることが分かる。具体的な数値として、最終的な積算の LB の値が、等間隔領域分割法では最大値と最小値で約 7 倍程度の開きがある。しかしながら、動的領域分割法では 3.5 倍程度の開きしかない。今回負荷量を平均化するために領域を小さくさせた方法は非常に簡単な一次元的な手法である。しかしながらこの方法でも、各 PE における LB の値の不釣合をかなりよく解消している。ある程度のピークを持つ原因としては、領域大小の自由度に問題があると考えられる。各 PE は、最低持たなければならない領域の大きさがあり、これが最小状態のときに、その領域で大きな負荷がかかった場合、一次元的な領域の大小では負荷の分散に対して限界が低くなる。そのためにも今後多次元的に領域を小さくさせる手法が必要となる。特に今回モデルとして使用した段差付き風洞モデルでは、段差付近に多くの細分化格子が局所的に生成されるため、この影響が出たと考えられる。

次に、各 PE での実行時間に関する結果を図 11 に示した。図 10 と同様に、実線が動的に領域を小さくさせた場合の結果であり、点線が等間隔領域分割法の結果である。このグラフで重要な点は、それぞれの PE について、10 ステップの計算時間が平均化されているかということである。2つの並列化アルゴリズムについて比較してみると、動的領域分割法では、この間隔が点線の等間隔領域分割法の間隔よりもかなり平均化されていることが分かる。特に計算の後半では、等間隔領域分割法の結果は、PE3 は計算時間が非常に増えているが、PE5, 6, 7, 8 については、計算前半の計算時間とほとんど変化していない。その差は、十数倍の差になっている。しかしながら、動的領域分割法は最も時間のかかっている PE と最も時間のかかっていない PE との差が 3 倍程度におさえられている。こ

のように動的領域分割法を用いることで、各 PE における LB の平均化を施し、100 タイムステップ中に 25 回の再領域配分を施すことで、8PE 使用時に 4 倍程度の速度向上比を得ることができた。これは、等間隔領域分割法と比べると速度比が約 1.3 倍向上している。また、今回実験を行った最悪の状態でも、8PE 使用時には、等間隔領域分割法よりも良いパフォーマンスが得られている。単純に負荷量の平均化を施すことでこの程度のパフォーマンスが得られているので、LB という負荷量の定量化はかなり妥当なものであると考えられる。しかしながら、4PE 使用時に 2 回の領域の再配分を行ったものが、等間隔領域分割法よりも悪いパフォーマンスとなって出ている。この原因として、実験対象とした物理的な状態は、変動が非常に大きい状態であるため、良いパフォーマンスを得るためには、付加的なプロセスである領域の再配分を数多く行うことが必要であることをあげられる。そのため領域の再配分の回数が少ないと、ある時点では最適な領域の配分だったものが、物理量の変化にともない、最悪の状態になってしまったと考えられる。しかしながら、等間隔領域分割法のパフォーマンスと比べて、大きく悪化しているというわけではない。この辺からも、動的領域分割法の優位性がうかがえる。

動的な領域分割法を用いることで、ロードバランスの評価の部分と、その評価に基づき実際に各 PE の受け持つ領域を変動させるプロセスが付加された。以下では、これらの付加的なプロセスのコストについて考察を行う。最初にロードバランス評価のためのコストであるが、各 PE における負荷量の均一化がまだ不完全であるために、このプロセスに入るタイミングが各 PE でかなり異なり、各 PE の「待ち時間」の影響で純粋にこのプロセスで必要とされた時間を判断するのは難しい問題である。しながらこのプロセスで行うことは、ある PE が各 PE の LB の値の平均をとることで各 PE の新しい領域の決定を行い、それを各 PE にブロードキャストするということであるため、それほど大きなコストのかかるプロセスではない。それゆえ、各 PE の「待ち」の時間を合わせるとほとんど無視してもよいほどの非常に小さなコストとなっている。次に実際に各 PE の受け持つ領域を変動させるプロセスであるが、各 PE が受け持つ領域は物理量の変動に左右されるため、領域の再分割の際に各 PE がどの程度のデータ量を他の PE に対して送るかは各時間ステップごとに異なる。つまり、時間ステップごとにこの部分で消費されるコストは毎回違うものとなる。しかしながらこのプロセスでは、最も荒い格子のデータ

のみをメッセージパッシングしているため、そのコストもそれほど大きなものではないといえる。この部分については前述したように前時間ステップとの各PEの受け持つ領域の変動が少ない場合または大きな場合でかなり異なるが、大きな場合だとしても計算時間の10%を超えない程度のコストですんでいる。

これら2つの付加的なプロセスのコストは现阶段では小さいものといえるが、さらにロードバランスをきれいにしようとすると、前述したように多次元的な領域分割法を用いることが必要となり、その影響によりこれらのコストが非常に大きくなることが考えられる。このコストを小さく保ったままロードバランスをさらによくとることが今後の課題となる。

次に精度について言及する。Kallinderisら³⁾の研究では、共有メモリ型の並列計算機上で計算を行ったために、メッセージパッシング量などを意識しなくても並列計算を行うことが可能であった。しかしながら、本研究で使用した並列計算機は分散メモリ型であるため、メッセージパッシング量について検討をする必要がある。そこで、この条件に適した適応格子法ということで、サイズの異なる格子が接する境界において流束の補正を行い、より細かい格子の物理量を用いることで、荒い格子上での物理量を補正する手法を用いた。この方法を用いることで、細かい格子のデータはメッセージパッシングを行う必要がなく、荒い格子のデータのみをメッセージパッシングすればよくなる。しかしながら、細かい格子のデータは荒い格子に補正を加えるという操作にしか用いられないため、精度についても考察の必要がある。

図8はその結果である。2レベルの適応格子法を用いた場合の結果(実線)は初期格子のみの場合(半実線)よりも、不連続面($x=0.4$ 近傍)でよりシャープになっていることが分かる。2レベルで、しかも細かい格子のデータを荒い格子の補正にしか使わない手法ではあるが、この方法を用いることで、並列度を高めることと精度の向上の両方が達成できている。

7. 結 言

適応格子法にに適した並列アルゴリズムの開発を行った。LBという値で各PEにおける負荷量の定量化を行い、この値を各PEに対して均等に配分するために、一次的に領域を大小させるアルゴリズムを検討した。この手法を用いることにより、8PE使用時で最大4.1倍の速度向上比が見られ、また、領域の大きさを等面積に固定して並列計算を行ったものより1.3倍程度の速度向上が見られた。今後は、さらなる

パフォーマンスの向上を得るために、現在1次的に領域を大小させている手法を、2次元的な領域分割法に拡張し、さらに、領域の再配分を最適なタイミングで自動的に行う、自動再領域分割法について検討を行う予定である。

謝辞 本研究を進めるにあたり助言をいただいた、北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科松澤研究室の皆さんに謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Berger, M.J. and Collela, P.: Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations, *J. Comput. Phys.*, Vol.53, pp.484-512 (1984).
- 2) Berger, M.J. and Collela, P.: Local Adaptive Mesh Refinement for Shock Hydrodynamics, *J. Comput. Phys.*, Vol.82, pp.64-84 (1989).
- 3) Kallinderis, Y. and Vidwans, A.: Generic Parallel Adaptive-grid Navier-stokes Algorithm, *AIAA Journal*, Vol.32, No.1 (1994).
- 4) Harten, A.: High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, *J. Comput. Phys.*, Vol.49, pp.357-393 (1983).
- 5) Ryu, D., Ostriker, J.P., Kang, H. and Cen, R.: A Cosmological Hydrodynamics Code Based on the Total Variation Diminishing Scheme, *The Astrophysical Journal*, Vol.414, pp.1-19 (1993).
- 6) Löhner, R.: An Adaptive Finite Element Schemes for Transient Problems in CFD, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol.61, pp.323-338 (1987).
- 7) 増永晶久ほか: 適応格子を用いた非定常衝撃波のWS数値計算, 第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.455-458 (1993).
- 8) Ruffert, M.: Collisions between a White Dwarf and a Main-sequence Star II. Simulations Using Multiple-nested Refined Grids, *Astron. Astrophys.*, No.265, pp.82-105 (1992).
- 9) 古山彰一, 松澤照男: 適合的細分化格子法適した並列アルゴリズムの開発, 第8回計算力学講演会講演論文集, pp.303-304 (1995).
- 10) Woodward, P. and Colella, P.: The Numerical Simulation of Two-dimensional Fluid with Strong Shocks, *J. Comput. Phys.*, Vol.54, pp.115-173 (1984).

(平成8年9月17日受付)

(平成9年5月8日採録)



古山 彰一

1971年生。1994年岩手大学教育学部卒業。1996年北陸先端科学技術大学院大学博士前期課程（情報科学）修了。現在同大学院博士後期課程在籍。主に超並列計算機上での数

値流体解析に関する研究に従事。1997年文部省宇宙科学研究所共同施設利用研究員。数値流体力学会、日本天文学会各会員。



松澤 照男（正会員）

1948年生。1973年信州大学大学院工学研究科修士課程修了。同年同大学医学部助手。1986年沼津工業高等専門学校助教授。1991年北陸先端科学技術大学院大学助教授。1995年

同教授。数値流体力学における並列計算の研究に従事。医学博士。情報処理学会、日本機械学会、日本数値流体力学会、日本流体力学会等各会員。
