

2次元距離尺度モデルによるポロノイ / メタボール図形の生成

6AD-7

渡邊 敏雄 杉山 彰 興 久行 徳増 真司

神奈川工科大学 工学部 情報工学科

1. まえがき

新たな形状モデリングの手法として、空間に置かれた物体について、空間の場を一種の距離場とみなし、形状オブジェクトとして統一的に表現する“距離尺度モデル”がある。本論文は、空間表現の柔軟性が高い2次元距離尺度モデルに対して、2分法を用いて境界を表示するFINE表示法と基本図形（円形や四角形）の新たな図形生成法であるポロノイ / メタボールを用いた生成法を論ずる。これにより、より複雑で可視的な図形生成が可能になる。

2. FINE表示法

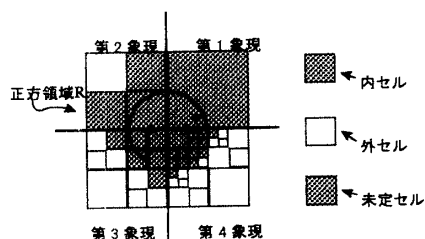


図1. 4分法による細分

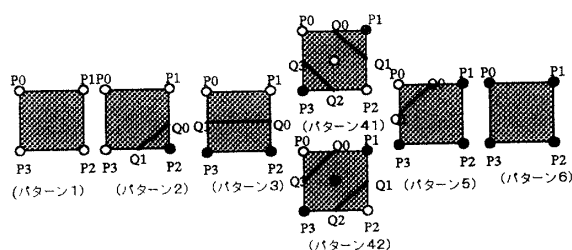


図2. FINE表示のアルゴリズム

図1のように、4分法によって細分されたセルは、図2のいずれかのパターンに当てはまる。そこで、境界を含む最小セルの各辺において、2分法を用いて境界との交点の近地点Qを求め線分で結んで

いく。パターン1,6は、境界を含まないため無視する。パターン2,3,5に関しては、近地点が2点なのでそのまま線分で結ぶ。パターン4,42に関しては、近地点が4点求まるのでセルの中心の内外属性を調べ、同属性でできる対角線をまたがないようにそれぞれを線分で結ぶ。円形をFINE表示法で表示すると次のようになる。

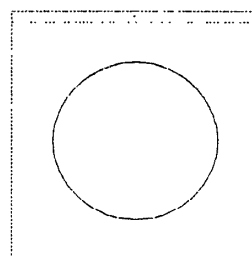


図3. 円形のFINE表示の実行例

3. ポロノイ型図形生成法

目的とする図形に属する代表点としての有限な点群 $\{N_i\}$ と、図形外の代表点としての有限な点群 $\{O_j\}$ を重ねないように、あらかじめ空間中に分布させる。次に、各点を等方的に一定の速度で成長させる。各代表点の各方向に関する成長は、他の代表点からの成長と合流した時点で停止させるものとし、全空間が成長された互いに交差ししない各代表点毎の区分凸面領域で満たされるまで続ける。各空間点の内外属性は、それが属する区分領域の代表点の属性を与える。この図形は、よく知られたポロノイ図形生成法のアナロジーになっていることが分かる。

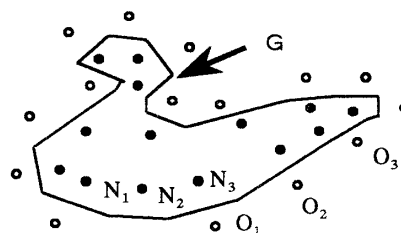


図4. 多点ポロノイ型図形

次に、図4のように各々の点群が3個以上からな

る場合について、任意の空間点 P に対する距離尺度は次のようにして求められる。

(a) 点 P と点群 $\{N_i\}, \{O_j\}$ における各点との距離を計算し、最小値を与える点を求める。今、この点を N とし、点群 $\{N_i\}$ に属するものとする。ここで、点 P に内部属性を与える。即ち、点 P は目的とする図形 G の点とする。(最小値を与える点が点群 $\{O_j\}$ に属する場合には、点 P に外部属性を与える。)

(b) 次に、点 N と点群 $\{O_j\}$ の各点 O_j との対 (N, O_j) を 2 点ポロノイ図形とみなして、点 P に対する距離尺度 r_j と近地点 Q_j を求める。ここで、 $\{r_j\}$ における最小値を多点ポロノイ型図形 G に対する点 P の距離尺度 r とする。

(c) 前記の $\{r_j\}$ の最小値を与える O_j に関する近地点 Q_j を Q とする。点群 $\{N_i\}$ の内で点 Q と最も近い点が N である場合のみ、点 Q を図形 G における点 P の近地点とする。

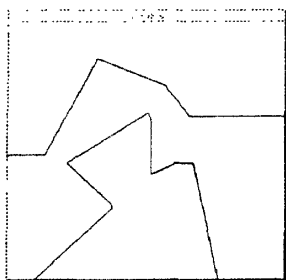


図5. 多点ポロノイ型図形の実行例

4. メタボール型図形生成法

正のメタボールと呼ばれる仮想球の中心となる有限な点群 $\{N_i\}$ と負のメタボールと呼ばれる仮想球の中心となる有限な点群 $\{O_j\}$ が互いに重ならないように、あらかじめ空間中に分布させる。次に、各点 N_i には、正の単調減少関数 $f_i(r)$ を、点 O_j には、負の単調増加関数 $g_j(r)$ を対応させる。それぞれ、メタボール関数と呼ばれる。ここで、 r は仮想球からの距離を表わす。目的とする図形 G は、

$$G = \{P : \sum f_i(\overline{NP}) + \sum g_j(\overline{OP}) \geq 0\}$$

として表わされる。上記の方法で、正のメタボール関数としては、電位関数などが用いられ、通常、正の関数に負符号をつけたものが用いられる。

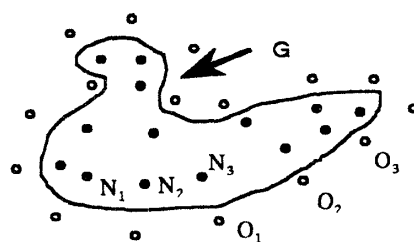


図6. メタボール型図形

図6のような、図形 G の内部を規定する式 $F(P)$ は、

$$F(P) = \sum f(\overline{NP}) - \sum f(\overline{OP}) \geq 0$$

となる。任意の空間点 P の図形 G に関する距離尺度は、次のように計算される。簡単のために $F(P) > 0$ とする。即ち、点 P の半径 r の近傍球に属する任意の点 Q に対して、次式が成立する。

$$F(P) > F_r(r) = \sum f(\overline{NP} + r) - \sum f(\overline{OP} - r)$$

$$\text{where } r_{\min} = \min\{\overline{OP}\}$$

関数 $F_r(r)$ は、区間 $\{0, r_{\min}\}$ で連続な単調減少関数であり、且つ $F_r(0) > 0, F_r(r_{\min}) < 0$ となる。従って、 $F_r(r) = 0$ を満たす r がただ 1 つ存在し、これは、2 分法で容易に求まる。この r を点 P の距離尺度とすれば良い。 $F(P) < 0$ の場合も同様である。

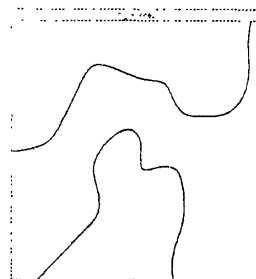


図7. メタボール型図形の実行例

5. むすび

本論文では、2 次元距離尺度モデルを拡張することで、より可視的で複雑な図形生成が可能になった。実際には、ポロノイ/メタボールクラスを追加して、表示能力の向上を図った。今後の課題として、3 次元距離尺度モデルの開発があげられる。

参考文献

杉山, 渡邊, 異, 徳増: 空間表現のための2次元距離尺度モデルの構築, 情報処理学会第55回全国大会, 1997.9.