

ニューラルネットワークによる X 次元 N Queen 問題の解決

5 A G-5

福原義久 武田圭史 武藤佳恭

慶應義塾大学 環境情報学部

t94380yf@sfc.keio.ac.jp keiji@sfc.keio.ac.jp takefuji@sfc.keio.ac.jp

1 概要

制約条件問題の代表的なものである N Queen 問題を拡張し、多次元空間表現における制約条件問題のモデルとして、X 次元 N Queen 問題を提案する。

問題の解決には、N Queen 問題で有効性が確認されているニューラルネットワークの手法を用いる。

多次元空間における制約充足問題の解決は、多数の制約条件を充足しなければならない問題解決の有効な一例と成り得る。

2 X 次元 N Queen 問題

2次元空間での N Queen 問題は、盤上の各クイーンの効きを縦、横、斜め方向とし、それぞれが当たらないような配置を探索するものである。

これを多次元空間に拡張する場合、新たにクイーンの効きを定義する必要がある。この定義を以下の通りとする。

定義：X次元空間において、任意の点 P に対し、P を含む (X-1) 個の軸によって定義しうる全ての領域と、点 P を含む X 個の全ての軸の対角直線上を効きの範囲とする。

図 1 に以上の定義に基づいた 2 次元空間および 3 次元空間上でのクイーンの効きを示した。

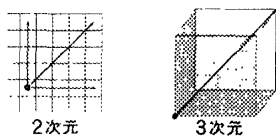


図 1: 2次元および3次元空間でのクイーンの効き

3 ニューラルネットワークを用いた解法

ニューラルネットワークを用いた 3 次元 N Queen 問題の解法を以下に示す.[1]

A Neural Network Algorithm for X-dimensional N-Queen Problems
Yoshihisa Fukuhara, Keiji Takeda, Yoshiyasu Takefuji
Faculty of Environmental Information
Keio University
5322 Endo, Fujisawa, Kanagawa 252, JAPAN

$$\frac{dU_{ijq}}{dt} = \alpha + \beta + \eta$$

$$\alpha = -A \left(\sum_{k=1, m=1}^n (V_{ikm} + V_{kjm} + V_{kmq}) - 3 \right)$$

$$\beta = -B \sum_{d1 \leq n, n \leq d4, d5 \leq n} V_{d1, d4, d5} - B \sum_{n \leq d2, d3 \leq n, n \leq d6} V_{d2, d3, d6}$$

$$-B \sum_{d1 \leq n, n \leq d4, n \leq d6} V_{d1, d3, d5} - B \sum_{n \leq d2, d3 \leq n, d5 \leq n} V_{d2, d4, d6}$$

$$-B \sum_{d1 \leq n, d3 \leq n, n \leq d6} V_{d1, d3, d6} - B \sum_{n \leq d2, n \leq d4, d5 \leq n} V_{d2, d4, d5}$$

$$(d1=j+k, d2=j-k, d3=i+k, d4=i-k, d5=q+k, d6=q-k)$$

$$\eta = Ch \left(\sum_{k=1, m=1}^n V_{ikm} \right) + Ch \left(\sum_{k=1, m=1}^n V_{kjm} \right) + Ch \left(\sum_{k=1, m=1}^n V_{kmq} \right)$$

3次元空間における 4 クイーン問題の解を図 2 に示す。

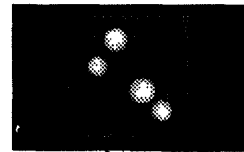


図 2: 4 クイーン問題の解例

3次元空間における 4 クイーン問題の場合、全てのクイーン配置の組合せは 635,376 通り存在し、その内、制約条件を満たす解は 332 通りである。全パターンを総当たりで検索した場合、条件を満たす解の確率は 1/1914 である。

これをニューラルネットワークで解いた場合、1000 回の試行において最低 3 ステップで解を得ることができ、平均 7~30 ステップ程度で解を得ることができた。ただし初期条件によっては解に到達できない場合もみられた。

4 結論

多数の独立した制約条件を持つ新しい問題として X 次元 N Queen 問題を提案し、ニューラルネットワークを用いて解決の有効性を示した。

このモデルは 3 次元空間におけるセンサーなどの配置、指向性空中線の配置、あるいは多次元の制約条件を満たすような資源配置問題等への応用が考えられる。

参考文献

- [1] Yoshiyasu Takefuji : Neural Network Parallel Computing, Kluwer Academic Publishers, 1992