

非線形最適化問題における GAの進化過程に対するビルディングブロックの解析

謝 孟春† 藤原 正敏† 馬 火玄‡ 小高 知宏‡ 小倉 久和‡

†福井工業高等専門学校 ‡福井大学

1 はじめに

遺伝的アルゴリズムは個体群を用いて探索が進められるので、探索の各段階で個体評価における非線形性を直接取り扱うことが可能である。本研究では遺伝的アルゴリズムを非線形目的関数の最適化に対して適用した。今回、対象とする問題は目的関数の変数の間に陽にインタラクションを含むナップザック問題である。この問題では、各荷物の価値が定数ではなく、互いの関係で決まるので、世代ごとの進化過程においてビルディングブロックはどのように成長していくのが明確ではない。そこで、われわれはビルディングブロックの長さビルディングブロックの評価値を用いてビルディングブロックの進化を観察し、ビルディングブロックが良い解を得るのにどのように役立っているかのを考察した。

2 相互作用を有する非線形ナップザック問題

通常のナップザック問題は複数の荷物 N が与えられたときに、重さ w_i がある範囲以内で、そのときの価値 v_i の合計が最大になるような荷物の組合せを選択する問題である。これに対して、ここで対象とする相互作用を有する非線形ナップザック問題は、各荷物の価値が定数ではなく、お互いの関係で決まる非線形な問題である。荷物 i に変数 x_i を割り当て、その荷物をナップザックに詰めることを $x_i = 1$ 、そうでないとき $x_i = 0$ として、相互作用を有する非線形ナップザック問題を次のように定式化する。

$$V = \sum_{i=1}^N v_i x_i (1 + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j) \quad (1)$$

$$W = \sum_{i=1}^N w_i x_i \leq W_L \quad (2)$$

ここで、 α_{ij} は荷物 i と荷物 j の相互作用係数を表す。相互作用を有する非線形ナップザック問題は、式 (2) の制約の下で式 (1) の V を最大化する N 項組 (x_1, x_2, \dots, x_N) を求めることである。

3 非線形ナップザック問題に対するGAの構成と設定

(1) 個体の表現

式 (1)(2) のような $0-1$ 変数 x_i の非線形ナップザック問題に対して、 N ビットの 0 と 1 からなる記号列による個体表現する。

(2) 評価関数

各世代のエリート個体の適応度を基準として、致死遺伝子の適応度をエリート個体とする中心ある範囲の値に与える。

$$f_1 = \begin{cases} \sum_{i=1}^N v_i x_i (1 + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j) & (W \leq W_L) \\ F_m - |(\sum_{i=1}^N v_i x_i (1 + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} x_j)) - F_m| * C & \end{cases} \quad (3)$$

ただし、 F_m は、各世代における非致死遺伝子の価値 V の最大のものである。 C は進化過程における非致死遺伝子数と致死遺伝子数のバランスをコントロールするパラメータである。 C は小さければ小さいほど、致死遺伝子の適応度が高いので、ルーレット戦略を用いて選択するとき、たくさんの致死遺伝子を次世代に残す可能性が高い。

(3) 遺伝的操作

一様交叉を用いる。突然変異率 p で、異点交換式の突然変異を行う。選択は各個体の適応度によって、ルーレット戦略で子遺伝子を次世代に残し、重複する個体を削除する。また、集団中で最も適応度の高い個体、つまり、エリート個体を保存する戦略も用いる。

The Analysis of Building Block for GA Evolution
Process on Nonlinear Knapsack Problem
Mengchun Xie †, Masatoshi Fujiwara †, Xuan Ma ‡,
Tomohiro Odaka ‡, Hisakazu Ogura ‡
†Fukui Nation College of Technology
‡Fukui University

4 非線形最適化問題におけるビルディングブロックの評価と分析

- ビルディングブロックの長さ

$$L_B = \sum_{i=1}^N y_i \quad (4)$$

ただし, y_i はすべての厳密解と一致している遺伝子座である。

- ビルディングブロックの評価値

$$V_B = \sum_{i=1}^N v_i y_i \quad (5)$$

ここでは, 厳密解と一致している遺伝子座に対応する荷物の固定価値の総和をその遺伝子のビルディングブロックの評価値という。

実験

ここでは, 荷物数が 20 の例題を三つ作成して実験を試みた。

- 例題 1: $v_i \leq 100$ (small v_i)
- 例題 2: $100 < v_i \leq 500$ (middle v_i)
- 例題 3: $v_i > 500$ (large v_i)

相互作用係数を $-0.05 \leq \alpha \leq 0.05$ とした。GA モデルによって得られた最良解を表 1 に示す。

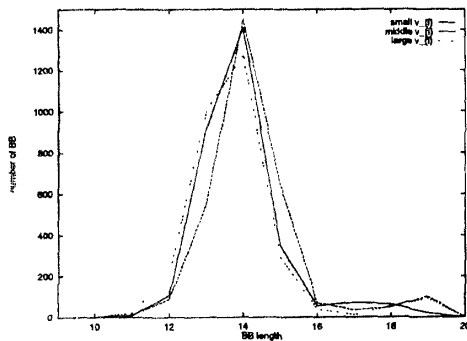


図 1: それぞれの例題におけるビルディングブロックの長さの分布

GA モデルを用いて, それぞれの v_i に対して, 集団進化における上位グループ (集団の適応度が高い上位三分の一上位グループと呼ぶ) のビルディングブロックの長さの分布を図 1 に示している。

進化につれて終了世代まで, それぞれの例題におけるエリート個体の適応度の変化 (相対値), 及び上位グループにおけるビルディングブロックの評価値の変化 (相対値) を図 2 に示す。

表 1: GA によって得られた最良解 (10 回の平均)

	例題 1	例題 2	例題 3
厳密解	655.6	4338.1	9842.6
GA の最良解	654.8	4337.3	9829.9
誤差 (%)	0.11	0.02	0.12

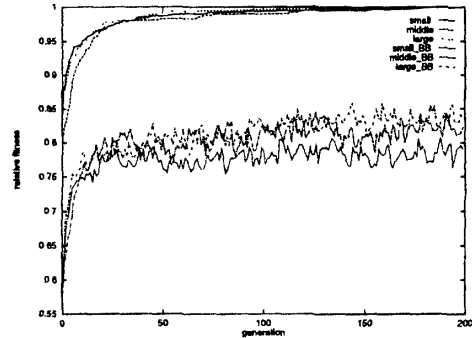


図 2: エリート個体の適応度とビルディングブロックの評価値の変化

5 考察と今後の課題

本研究では, 相互作用を有する非線形ナップザック問題を対象し, GA の非線形最適化問題への適用を検討した。それぞれの例題に対して, GA によってかなり良い解が得られた。上位グループにおけるビルディングブロックの長さ L_B はほぼ厳密解の長さの三分の二に対するものが多かった。特に最も良い解が得られた例題 2 におけるビルディングブロックの長さの分布は 16 から大きく減少した後, 一旦増加し, その後再び減少していった。

上位グループにおけるビルディングブロックの評価値 V_B はエリート個体の適応度とほぼ同じような変化傾向が見られた。それぞれの例題に対するビルディングブロックの評価値の差が進化につれてだんだん大きくなった傾向もわかった。今後の課題として, エリート個体の形成とビルディングブロックとの関係を明確にすることである。

参考文献

- [1] 謝 孟春, 山口 哲司, 小高 知宏, 小倉 久和, “致死遺伝子を用いた遺伝的アルゴリズムにおける進化過程の解析”, 電子情報通信学会論文誌, D-II Vol.J79-D-II No.5 pp.870-878 (1996)
- [2] M.C. Xie, H. Ogura, T. Odaka and J. Nishino, “Application of Genetic Algorithm to Inter-correlated Nonlinear Knapsack Problem”, NOLTA'96, Oct. 7-9, pp.145-148 (1996)