

2H-3

確率的探索手法による 写像と記号表現の同時探索

甲元 洋*

岡部 洋一**

+ 日立製作所 日立工場 ++ 東京大学 先端科学技術研究センター

1. はじめに

帰納法を有する問題、たとえば無限級数の恒等式証明では、その両辺の間に存在する帰納的手続きを予め仮説として知る必要がある。その為には、第1ステップとして、両辺の対応写像を探索し、第2ステップとして対応写像を記号化しなければならない。

我々は、2つの集合間に、帰納的手続きが存在する場合に、確率的探索法によって第1ステップの対応写像を導出することを試み、低次項で一致する結果を得た。³⁾

本研究では、第2ステップに相当する写像の記号表現を得るため、問題を木構造データの確率的探索問題として定式化した。形式的べき級数の恒等式両辺に成立する合理的対応写像の記号表現探索を例にして、アルゴリズムの考え方を提示する。

2. 対応写像の確率的探索

最初に対応写像の探索を定式化する。

値域を $A = \{x_{A,i}\}$ 、定義域を $B = \{x_{B,j}\}$

とし、 $X_{A,\infty} = (x_{A,0}, \dots, x_{A,i}, \dots)$

$X_{B,\infty} = (x_{B,0}, \dots, x_{B,j}, \dots)$ とする。

(以下、添字 i, j, k, q は整数とする。)

ここで、 $x_{A,i}, x_{B,j}$ は一般には、無限次元のベクトルである。求めるべき写像は無次元行列 $V_{\infty}(i, j)$ であり次式を満たす。

$$V_{\infty}(i, j) X_{B,\infty} = X_{A,\infty} \quad \dots (1)$$

行列要素 $V_{\infty}(i, j)$ は以下を満たすものとする。
すなわち、

$$\begin{aligned} V_{\infty}(i, j) &= 1 && x_{B,j} \text{ が } x_{A,i} \text{ の構成要素} \\ V_{\infty}(i, j) &= 0 && x_{B,j} \text{ が } x_{A,i} \text{ の非構成要素} \\ &\dots && (2) \end{aligned}$$

実際の探索は、有限次元のベクトルデータ X_A ならびに X_B によって、有限次元行列 $V(i, j)$ を求めるように定式化される。例題としている形式的べき級数の恒等式を次式に示す。

$$A(x) = 1 + \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^6}{(1-x^2)(1-x^4)} + \frac{x^{12}}{(1-x^2)(1-x^4)(1-x^6)} + \dots$$

$x_{A,0} \quad x_{A,1} \quad x_{A,2} \quad x_{A,3}$

$$B(x) = (1+x^2)(1+x^4)(1+x^6) \dots =$$

$$1 + x^2 + x^4 + x^2 \cdot x^4 + x^6 + x^2 \cdot x^6 + \dots$$

$x_{B,0} \quad x_{B,1} \quad x_{B,2} \quad x_{B,3} \quad x_{B,4} \quad x_{B,5}$

... (3)

$V(i, j)$ の探索のため、確率的緩和法の一つであるシミュレーテッドアニーリング（以下 SA）を適用する。遷移確率を求めるためのエネルギーは、次のように設定する。

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \\ u_1 &= b * (\text{べき級数間のエネルギー}) \\ u_2 &= g * (\text{写像の束縛エネルギー}) \\ u_3 &= c * (\text{相関の束縛エネルギー}) \\ u_4 &= t * (\text{記述長の束縛エネルギー}) \\ &\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 b, g, c, t は調整パラメータである。

第1項のべき級数間のエネルギーは、(限定された)形式的べき級数の集合に導入される対数的な距離として定義される。第2項の写像の束縛エネルギーは、 $x_{B,j}$ から $x_{A,i}$ への写像が一価関数となることの制約条件である。

第1項と第2項を合わせて、全単射すなわちいかなる $x_{B,j}$ も $x_{A,i}$ の中のいずれかの要素すべてに対応することの制約条件となる。第3項と第4項については、記号表現の確率的探索の中で説明する。

3. 記号表現の確率的探索

$V(i, j)$ を表す関数の記号表現を得ることが目的である。まず、 $V(i, j)$ を表す関数の記号

Probabilistic search of reasonable mapping
and its symbolic representation.

+ Hiroshi Kohmoto, Hitachi, Ltd. Hitachi
Works, 3-1-1 Saiwai, Hitachi, Ibaraki 317, Japan
++ Youichi Okabe, Research Center for Advanced
Science and Technology, The University of Tokyo
4-6-1 Komaba, Meguro, Tokyo 153, Japan

