GA による遅延評価での直線スタイナー問題*

6Ｌ－4

吉村 昌浩 渋沢 進 †

茨城大学工学部情報工学科‡

1 はじめに

近年、VLSI 回路での配線のレイアウトを行う時に効率的になるように求める問題が多く考えられている。そこで注目を集めている直線スタイナー木を用いることによって効率的なレイアウトを求める。しかし、この問題はNP-完全であるということから最適解を得るのが非常に困難であるとされている。そこで本研究では遺伝的アルゴリズム (GA) を適用してこの解の近似値を求める [1]。また、今まで多くの研究はその評価基準にその生成された木の総合計の長さを用いているが、本研究では木において最大となる通信遅延で評価している。しかし最近の研究により長さが最小であるからといって必ずしも遅延が最小であるとは限らないとされている。よってここでは物理的な遅延としてエルモアー遅延 [2] と呼ばれるものを用いている。

2 直線スタイナー木

ユークリッド平面において n 個の点を連結する最短の木を見つけることを考える。与えられた点だけで考える時、これが無向グラフなら最小全域木となることはよく知られている。この時、全域木は $n-1$ 個の辺を含んでいる。ここで更に木を短くするために追加の点を与えるのを許す時、この点をスタイナー点と呼び、生成される木がスタイナー木である。このスタイナー木におけるスタイナー点はすべて次数が 3 でまわりの角度は 120° である。そして、その辺が垂直と水平で結ばれているものを直線スタイナー木と呼ぶ。

与えられた点の集合上での最短の長さの直線スタイナー木が最小直線スタイナー木であり、最小直線スタイナー木への探索が直線スタイナー問題である。ここで、n 個の点からなる全域木の数は Cayley の公式 [3] から n^{n-2} であり、直線スタイナー木は連結する全域木の辺１本１本に対して２通りの結び方があるので、直線スタイナー木の数は $2^{n-1}n^{n-2}$ となる。

*A Rectilinear Steiner Problem evaluated with a delay criterion using Genetic Algorithms

†Masahiro Yoshimura, Susumu Shibusawa

‡Department of Information and Computer Sciences, Ibaraki University

3 遅延

ここで述べている遅延にはエルモアー遅延を使用している。それは木のコストと半径の両方の観点から考慮した RC 遅延の近似である。この R とは、端子間の電位差 v での流れる電流 i に直結した比例関係を有する抵抗であり、C とは、蓄積された電荷量 q での端子間の電位差 v に比例した (静電) 容量のことである。また、ここで、木のコストとは木の辺の長さの総合計のことをいい、半径とは木のすべての 2 点間においてパスの総合計の長さが最長となるときのものをいう。つまりコスト以外にこの半径を小さくすることによって回路中の任意の端子対の信号遅延とその時の部分回路の最大遅延が小さくなる。

そうすると出発点を n_0 とする木 $T(N)$ を与えて、ノード v から n_0 方向への辺を e_v と表す。その辺の抵抗と容量をそれぞれ r_{e_v}, c_{e_v} と表す。また v からの T の部分木を T_v と表し、v での負荷容量を c_v と表す。v がスタイナー点であれば、$c_v = 0$ である。T_v の木の容量、即ち T_v での負荷と辺の総計の容量を表すのに C_v を使用している。よって、ここでは遅延として次式を用いている。

$$t(n_i) = r_d C_{n_0} + \sum_{e_v \in path(n_0, n_i)} r_{e_v}\left(\frac{c_{e_v}}{2} + C_v\right)$$

ここで r_d は出力抵抗を表し、$t(n_i)$ は、出発点 n_0 から点 n_i への遅延を表している。また、各辺における抵抗と容量はその辺の長さに比例した値を与えるものとする。

また、現在は回路における出発点を定め、その点からの最大となる遅延を求め、それを最小にしようとしているが、本研究では、出発点を任意に定め、その中での最大遅延を最小にすることを目的としている。これにより、評価基準を従来通りの長さではなく、遅延で行うことができると考える。

4 GAの適用

4.1 コード化

直線スタイナー木はまず全域木を生成して、それから直線スタイナー木を生成する。よってコード化は、今までは一種類の染色体で直線スタイナー木を表現していたが、本研究では、頂点列と方向列の二種類の染色体を使用している。まず、頂点列は、全域木を生成する頂点番号の並びをいい、もう一方の方向列は、頂点列と組み合わせて直線スタイナー木を生成する2進の並びをいう。

4.2 評価関数

方向列の評価関数は生成した直線スタイナー木におけるコストと遅延、半径の値でそれぞれ表す。頂点列の評価関数は、それぞれの頂点列を方向列と組み合わせていき、方向列の適応度の最も良い値となったものをその方向列と組み合わせる頂点列として与えるので、頂点列が使われる割合で表す。つまり、頂点列は、方向列と組み合わせた中で最も良い値になった時のみ使用するので、使われる回数はそれぞれ異なる。

5 実験

実験状況としては、実験回数は評価基準をコストと遅延、半径とした時についてそれぞれ10回ずつ行い、世代数は50世代まで、個体数についてはそれぞれ点の数と同じ数で行った。以下の表1に結果の一部を示す。この表での対象とは対象の下にあるものを評価基準としたときのものであり、その評価基準に対するコストと遅延、半径のそれぞれの平均値と最小値を示した。また、ここで新たに初期集団の中の一つにおいて頂点列で最小全域木を生成させて、実験を行った。その結果を表2に示す。この結果、表1に対する表2がどの程度の比率になったかをパーセンテージで表3に示す。

6 考察

実験の結果から点の数が少ない時には評価の対象がどれであっても同じような結果を得るが、点の数が多くなると評価の対象がコストと半径はその値のみしか良い結果を得られないのに対し、遅延はすべての値に対して良い結果を得ることができている。ここでの遅延とは、コストと半径の両方を含んでいるのですべての値が良い結果を得ることができる。この結果から、現在は直線スタイナー問題の評価の対象は主にコストであるが、遅延を用いてもコストの量は同程度の結果が得られると同時に、更に半径を小さくできる。また、ここで新たに頂点列の一つで最小全域木を生成することによって更に最小値の改善ができ、平均値の結果からも安定して良い値を求めることができることがわかる。この手法はノード数が多くなればなるほど有効に働くと考えられる。今後は更に点の数を増やしていって、計算時間の短縮を行なうことや、他の研究との比較などを行ない、更に効率良い方法を考えていくことが課題である。

表 1: それぞれの評価基準に対する結果

		コスト		遅延		半径	
対象	点	平均	最小	平均	最小	平均	最小
コスト	5	14.4	13	109.3	89.5	12.4	11
遅延	5	14.2	13	102.3	85	11.7	10
半径	5	16.4	14	126.1	90	12.0	10
コスト	10	63.7	59	1731	1227	43.3	37
遅延	10	64.7	57	1209	959	35.3	27
半径	10	79.2	72	1850	1293	34.9	30

表 2: 最小全域木を初期集団で生成した場合

		コスト		遅延		半径	
対象	点	平均	最小	平均	最小	平均	最小
コスト	5	13.5	13	96.0	89.5	11.2	11
遅延	5	13.6	13	94.8	89.5	11.2	11
半径	5	14.4	13	104.4	85	10.8	10
コスト	10	44.9	44	1218	775	31.6	31
遅延	10	46.5	45	864.1	732	32.3	31
半径	10	49.7	51	1434	874	30.7	29

表 3: 対比結果 (単位は%)

		コスト		遅延		半径	
対象	点	平均	最小	平均	最小	平均	最小
コスト	5	94	100	88	100	90	100
遅延	5	96	100	93	105	96	110
半径	5	88	93	83	94	90	100
コスト	10	70	75	70	63	73	84
遅延	10	72	79	71	76	92	115
半径	10	63	71	78	68	88	97

謝辞 ご討論いただいた茨城大学工学部渋沢研究室の皆様に深く感謝いたします。

参考文献

[1] Bryant A. Julstom: A Genetic Algorithm for the Rectilinear Steiner Problem, Proc. of the Fifth International Conf. on Genetic Algorithms, pp.474-480, July 1993.

[2] K. D. Boese, et al.: Rectilinear Steiner Trees with Minimum Elmore Delay, Proc. of the 31st ACM/IEEE Design Automation Conf., pp.381-386, 1994.

[3] R. J. ウィルソン: グラフ理論入門, pp.46-55, 近代科学者社, March 1985.