

2V-3

# 傾斜スプラインモデルを用いた 曲率変化の滑らかな曲線の構成法

東京電機大学 ○渡辺由美子 斉藤 剛 豊田工業大学 東 正毅 黒田 満

## 1 はじめに

近年、意匠形状、特に車などの工業製品の外形形状には、意匠性のある高品位な曲面が要求されている。このような曲面の質を決める要因のひとつに、曲面上のハイライトや映り込み映像に歪みがないことがある。これは、曲面上の面法線の分布、すなわち曲率の変化に依存しており、従来の曲面生成法では生成が困難である。

曲面の面法線分布を制御するためには、その基本曲線の曲率分布を制御する必要がある。そこで筆者らは、このような高品位曲面の生成を、曲面の基本曲線の生成と、その曲線を基にした曲面構成<sup>1)</sup>に分け、報告を行ってきた。特に曲線生成については、縮閉線の利用<sup>2),3)</sup>、傾斜スプラインモデルの構成<sup>4)</sup>、そして各種クロソイド曲線の利用<sup>5)</sup>などを報告した。これらにより、曲率またはその分布を規定し、曲率変化が滑らかに変化する曲線の生成を行なうことができた。

本報告では、デザイナーが用いている傾斜スプライン定規を計算機内でモデル化し、路長に対するスプラインの幅の変化が、生成曲線の曲率パターンにどのような影響があるかを調べ、それを利用した曲線生成法について述べる。

## 2 傾斜スプラインのモデル

曲線の路長を  $s$  とすると、曲線  $r(s)$  の単位接線ベクトルは、 $(\cos\phi(s), \sin\phi(s))$  と表すことができる。また、曲率  $\kappa(s)$  は、 $\kappa(s) = d\phi(s)/ds$  である。したがって、曲線  $(x(s), y(s))$  は、

$$x(s) = x_0 + \int_0^s \cos\phi(s)ds, \tag{1}$$

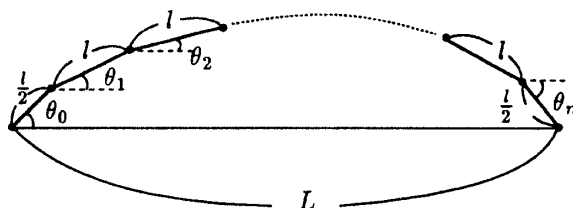


図1：傾斜スプラインモデル

$$y(s) = y_0 + \int_0^s \sin\phi(s)ds \tag{2}$$

で表される  $(x_0, y_0)$  は、曲線の初期値。

さて、この曲線を、路長に対して線幅が変化する傾斜スプラインによって蓄積される疑似弾性エネルギー最小曲線であるとする、

$$I = \int_0^s (m(s) \cdot \kappa(s)^2)ds \tag{3}$$

を最小化する曲線となる。ここで、 $m(s)$  は、スプラインの線幅に関連し、蓄積されるエネルギーの係数とする。

## 3 幾何拘束

曲面生成のための基本曲線としては、生成曲線の両端点における位置  $\{(x_0, y_0), (x_s, y_s)\}$ 、接線方向  $\{\phi(0), \phi(s)\}$ 、曲率半径  $\{\phi_s(0), \phi_s(s)\}$  を拘束条件とする必要がある。特に両端点での位置に関しては、次のような関係がある。

$$x_s - x_0 = \Delta x = \int_0^s \cos\phi(s)ds, \tag{4}$$

$$y_s - y_0 = \Delta y = \int_0^s \sin\phi(s)ds. \tag{5}$$

また、曲線の全長  $S$  は、未知数である。

## 4 曲線生成

曲線生成は、 $\phi(s)$  を求めることである。計算の簡単化のために、始終点を  $(0, 0), (L, 0)$  とし、曲線を  $N + 1$  本の多辺形の各々に内接する円弧列で近似する。多辺形の各々の辺を  $l_i$  とし、その長さは一定とす

Generation of Curves with Smoothly Varying Curvature by Sloped Spline Model

Yumiko WATANABE Tsuyoshi SAITOH

(Tokyo Denki Univ., 2-2 Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, 101)

Masatake HIGASHI Mitsuru KURODA

(Toyota Technological Institute,

2-12-1, Hisakata, Tempaku-ku, Nagoya, 468)

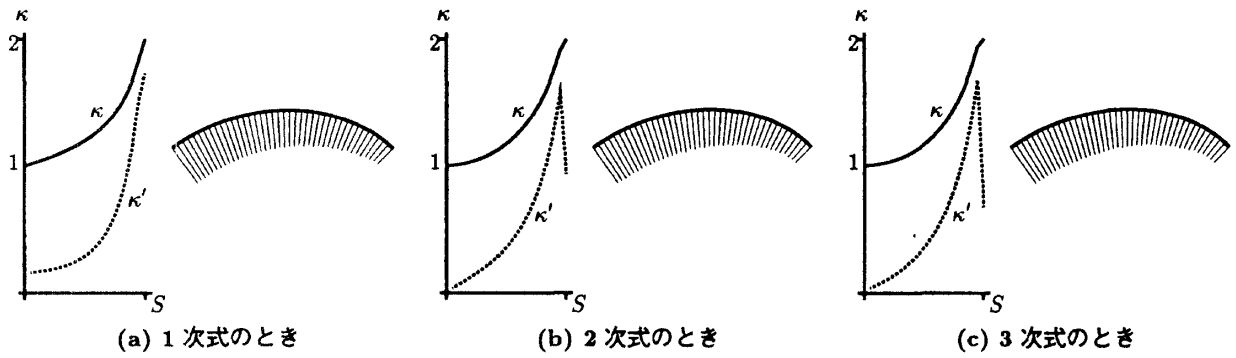


図2:  $m(0) = 1, m(S) = 0.2$  のときの生成例

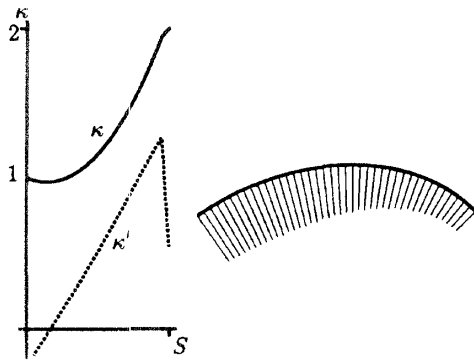


図3:  $m(0) = 1, m(S) = 1$  のときの生成例

る。この際始終点は、おのおの  $l_0, l_N$  の中点とする。また、 $l_i$  と  $x$  軸の成す角度を  $\theta_i$  とすると、

$$\frac{1}{2} \cos \theta_0 + \frac{1}{2} \cos \theta_N + \sum l \cos \theta_i = L, \quad (6)$$

$$\frac{1}{2} \sin \theta_0 + \frac{1}{2} \sin \theta_N + \sum l \sin \theta_i = 0 \quad (7)$$

の関係があり、蓄えられる疑似弾性エネルギーは、

$$E = \sum \frac{\theta_{i-1} - \theta_i}{r_i} \cdot m_i, \quad (8)$$

ただし、 $m_i = m(l \cdot i)$

である。ここで、 $r_i$  は  $i$  番目の辺に内接する円弧の半径で、次式で表される。

$$r_i = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{\tan \frac{\theta_{i-1} - \theta_i}{2}}. \quad (9)$$

このとき、変分法により、 $E$  を最小化する  $\theta_i$  を求める。

### 5 生成例

上記解法により、生成した曲線例を示す。図3は、スプライン幅一定、すなわち、 $m(s)$  および  $m_i$  が一定値とした例とその曲率プロットである。生成曲線には、曲率半径の  $1/2$  を一緒に示す。曲率プロット上の点線は、路長に対する曲率の変化具合 ( $\kappa' = dk/ds$ ) を示している。

前報告で述べたように、筆者らは、境界での曲率変化が単調な曲面を単位として生成する。そのためには、曲率変化は単調な基本曲線を生成する必要がある。図3からわかるように、従来のエネルギー最小曲線が、常に曲率変化が単調な曲線になるとは限らない。そこで、路長に対してスプラインの幅を変化させる。このために、 $m(s)$  に多項式を当てはめる。Eの定義式からわかるように、本方法では、 $m(s)$  の大きさそのものは依存しない。図2は、 $m(0) = 1, m(S) = 0.2$  としたときの曲線生成例である。(a)は1次式、(b)は2次式、(c)は3次式をそれぞれ当てはめた例である。

これらの例から分かるように、曲率変化の単調な曲線が、疑似弾性エネルギー最小曲線として生成できる。また  $m(s)$  に多項式を当てはめることで、スプラインの形状を変えることができ、曲率変化のパターンを制御することが可能である。

### 6 おわりに

本報告では、傾斜スプラインを用いて曲線生成をおこなった。これにより、通常のスプラインでは生成できない曲率変化の単調な曲線を、その疑似弾性エネルギー最小の曲線として生成することができた。しかし、 $m(s)$  と曲率パターンおよび形状との関係は、定量的に明らかになっていないため、今後の課題としたい。

### 参考文献

- 1) 東, 他:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線曲面の構成法-第2報」, 精密工学会論文誌.
- 2) 東, 毛利, 斉藤:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線曲面の構成法-第1報」, 精密工学会論文誌, 1994.4.
- 3) 斉藤, 渡辺, 東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線の生成」, 情報処理学会春期大会, 1994.3.
- 4) 渡辺, 斉藤, 東:「曲率変化の滑らかな曲線の生成」, 情報処理学会春期大会, 1995.3.
- 5) 黒田, 東, 斉藤, 渡辺:「数式処理システムによるクロソイドスプライン補間曲線」精密工学会論文誌, 1996.12.