1J－6

# 判別分析による領域分割の実験的評価

浅野哲夫[1]、下佐粉昭[2]
[1]大阪電気通信大学情報工学部
[2]大阪電気通信大学大学院工学工学研究科情報工学専攻*

画像の領域分割はパターン認識の基礎として重要であり、従来から実に様々な手法が提案されてきた [3, 5]。筆者らは、以前に計算幾何学のアルゴリズムに基づいて、判別分析の基準で最適な領域を切り出す効率の良い方法を提案した [1]。本文では、その手法を実際に計算機上で実行した結果について報告する。すなわち、画像のサイズ（ピクセル数）を $n$ とするとき、文献 [1] のアルゴリズムの最悪の場合の実行時間は $O(n^2)$ であるが、ほとんどの場合は $O(n\log n)$ で実行できることが判明した。

## 1　クラス間分散を最大にする分割

まず最初に文献 [1] のアルゴリズムを簡単に説明しよう。入力は $n=N\times N$のサイズの画像 $G=(g_{ij}), 1\le i,j\le N$である。$g_{ij}$はピクセル $(i,j)$ の輝度を表す。問題は、与えられた画像を、対象物に対応する連結領域 $S_0$ と背景に相当する連結領域 $S_1$ に分割することである。この時の最適化基準として次式で定義されるクラス間分散 $V(S_0,S_1)$

$$V(S_0,S_1)=n_0(\mu-\mu_0)^2+n_1(\mu-\mu_1)^2\rightarrow\max$$

を用いる。ここで、$n_i$は領域 $|S_i|$ のサイズ（面積）であり、$\mu_i$は領域 $S_i$における輝度の平均値である。また、$\mu$は画像全体での輝度の平均値を表している。この基準は、基本的には２つの領域での輝度の平均値の差を最大にすることに対応するが、２つの領域のサイズのバランスも考慮に入れるために領域のサイズが係数として組み込まれている。

対象物に対応する領域 $S_0$の形状に連結性以外の制約を置かなければ、クラス間分散を最大にする分割を求める問題はＮＰ困難であるが、領域 $S_0$を $x$ 方向または $y$方向に単調な連結領域に制限すれば、ピクセル数 $n=N\times N$ の２乗に比例する時間で最適分割を求めることができる。

基本的な戦略は、動的計画法とパラメトリック探索法 [6] である。各ピクセルの輝度から画像全体の輝度の平均値$\mu$を引いても最適な領域は変わらないから、以下では既に$\mu=0$ と変換されているものと仮定する。したがって、$n_0\mu_0+n_1\mu_1=0$ である。$U(S_0)=\sum_{(i,j)\in S_0}g_{ij}$ とすると、最大化すべき目的関数は

$$D(S_0,S_1)=(n_0n_1)^{-1/2}U(S_0)$$

に置き換えることができる。これを最大にする単調な連結領域 $S_0$を動的計画法に基づいて直接的に求めることもできるが、計算時間と記憶スペースの両面で非常に不利であるので、パラメトリック探索の技法に基づいて、一種の双対問題を解く。

$\theta$を任意の実数として、

$$U_\theta(S_0)=U(S_0)-\theta|S_0|=\textstyle\sum_{(i,j)\in S_0}(g_{ij}-\theta)$$

を定義する。ここでは詳しく述べないが、任意の$\theta$に対して、$U_\theta(S_0)$ の値を最大にする単調連結領域を線形時間 $O(n)$ で求めることができる。しかも、元の基準で最適な領域は、ある$\theta$の値に対して $U_\theta(S_0)$ の値を最大にするものであることも分かっている。そこで、様々な$\theta$の値に対して $U_\theta(S_0)$ の値を最大にする単調連結領域を求めればよいが、$\theta$の値は連続であるので、順に変化させて問題を解くという方法は使えない。ここで、計算幾何学における hand probing[4] という技法を用いる。

すなわち、領域のサイズ $|S_0|$ を $x$ 軸とし、$U_\theta(S_0)$ の値を $y$軸とする２次元平面を考える。任意の領域 $S_0$は、この平面上の１点に対応する。２つの領域が同じサイズれあれば、それらは同じ $x$ 座標の点に対応するが、$U_\theta(S_0)$ の値、すなわち $y$座標値の大きい領域の方が上記の基準で望ましいので、$y$座標値の小さい点に対応する領域は考慮の対象外とすることができる。さらに、$U_\theta(S_0)=U(S_0)-n_0\theta, D(S_0,S_1)=(n_0n_1)^{-1/2}U(S_0)$ であることに注意すると、領域 $S_0$に対応する点 $(x=n_0, y=U_\theta(S_0))$ を通るように曲線

$$y=D(x(n-x))^{1/2}$$

を描いたとき、係数 $D$の値が目的関数値 $D(S_0,S_1)$ を与えることがわかる。したがって、この上に凸である曲線より下の点に対応する領域は、目的関数の値が小さい領域に対応することになるので、無視することができる。このことから、すべての可能な領域に対応する点集合に対する凸包上にない（つまり、凸包の上境界より下にある）点に対応する領域は考慮の対象からはずすことができる（図 1参照）。

ここでは、次のようにして凸包上の点をすべて列挙する。まず、空の領域と全体に対応する２点 $(0,0)$ と $(n,0)$ だけが分かっている。そこで、これら２点を結ぶ線分 $L_0$ の傾きを$\theta_0(=0)$ として、$U_{\theta_0}(S_0)$ を最大にする領域 $S_0$ を $O(n)$ 時間で求める。次に、点 $(0,0)$ と、今求めた点を結ぶ線分 $L_1$ の傾きを$\theta_1$ として同じ問題を解くと、$S_0$ より小さいサイズの領域で直線 $L_1$ より上の点に対応する領域 $S_0'$、あるいは、線分 $L_1$ の端点の一つに対応する領域が解として得られる。前者の場合には、新たな凸包

*Experimental Evaluation of Region Segmentation Based on Discriminant Analysis, T. Asano and A. Shimosako, Osaka Electro-Communication Univ.

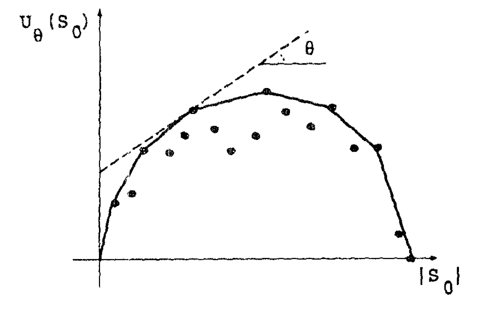


図 1: Hand probe.

上の点が見つかったわかであるから、さらにそれらの点の間に別の凸包上の点があるかどうかを同様の方法で調べる。後者の場合には、2点の間に別の凸包上の点がないことが分かったので、その範囲の探索を終了する。

このようにして、凸包上にあることが判明した2点の間にさらに別の頂点が存在するかどうかを順に調べていけば、凸包全体が完成する。凸包のすべての辺を確定すればよいから、計算時間は凸包の1辺を確定するために必要な時間に凸包の辺数を乗じたものとして与えられる。凸包の1辺を確定することは、1つの$\theta$の値に対して $U_{\theta_0}(S_0)$ を最大にする領域 $S_0$を求める問題に対応するが、この部分問題は、高速行列探索法 [2] と動的計画法により、$O(n)$ 時間で解くことができる。また、凸包の辺数は、明らかに $O(n)$ を上限とするから、全体の計算時間は $O(n^2)$ ということになる。

## 2 計算機実験

クラス間分散を最大にするような分割 $(S_0, S_1)$ がピクセル数 $n$ の2乗に比例する時間で求めらアルゴリズムについて説明した。しかしながら、この $O(n^2)$ という時間複雑度は、$O(n)$ 通りの異なるサイズの領域がすべて何らかの$\theta$値に対して意味をもつような最悪の場合を想定したものであり、実際には起こりそうもない。そこで、計算機実験により凸包上の点の個数を評価することにした。

実験では、まず性質のよい画像を試した。つまり、対象物と背景の分離が人間の目に明確であり、しかも対象物が単調な形をしている場合である。このような場合には、殆どの場合について、最初に求めた凸包上の点が最適解を与え、しかも、それ以外に見つかった凸包上の点は高々3点程度であった。

次に、なるべく悪い例を試すために、乱数を用いて人工的に作成した画像について実験を行なった。画像の中央に長方形領域を想定し、これを抽出すべき対象領域とする。背景と区別するために、背景と中央の長方形領域では輝度を変えておく。どの程度の差にするかは入力で調節できるようにしておく。このようにして基本的な輝度値を決めたあと、指定幅の乱数を発生させ、輝度をランダムに変化させた。乱数の幅によって、背景と対象物のヒストグラムの重なり具合を調節できる。実験では、乱数の幅を様々に変化させて験したが、人間の目で見て中央の長方形領域が何とか認識できる程度の画像であれば、凸包上の頂点の個数は、ほぼ$\frac{1}{2}\log n$ 以内であった。一様乱数を用いて $n$ 点を平面上に生成した場合の凸包のサイズが $O(logn)$ であることを考えても、この実験結果は納得のいくものであろう。

凸包上の点数を $\log n$ 程度とすると、凸包を計算するための全体の計算時間は $O(n\log n)$ ということになる。最適解を与える凸包上の点を求めた後で、その点に対応する領域を実際に構成する必要がある。そのための最も簡単な方法は、動的計画法でバックトラック用の表を同時に管理することである。この方法だとバックトラックを $O(n)$ の時間で実行できるが、$O(n^{1.5})$ のサイズの表が必要になる。バックトラックを分割統治法に基づいて行なう方法であれば、$O(n\log n)$ の時間は必要であるが、作業領域を $O(\sqrt{n})$ に抑えることが可能である。

## 3 結論

筆者らが先に提案した領域分割法の実際の計算時間を評価するための実験を行なった。その結果、実際の画像は最悪の場合から遠くかけ離れたものであり、殆どの場合は $O(n\log n)$ の時間で実行できることがわかった。$O(n^2)$ 時間を要する最悪の場合というものが実際に可能かどうかは分かっていない。クラス間分散を最大にする分割は、画像の2値化 [7] にも使われて良好な結果を得ているが、この基準が領域分割の基準としても適当かどうかを調べるために、この領域分割の結果を人間の目による分割結果と比較するための実験も行ないたい。

## 参考文献

[1] T. Asano, D. Z. Chen, N. Katoh, and T. Tokuyama: "Polynomial-time Solutions to Image Segmentation," *Proc. of the 7th Annual SIAM-ACM Conference on Discrete Algorithms*, pp.104-113, Atlanta, Jan. 1996.

[2] A. Aggarwal, M.M. Klawe, S. Moran, P.W. Shor, and R. Wilber: "Geometric applications of a matrix-searching algorithm," *Algorithmica*, Vol.2, pp.195-208, 1987.

[3] P.J. Besl and R.C. Jain: "Segmentation through variable-order surface fitting," *IEEE Trans. Pattern and Machine Intell.*, Vol.10, pp.167-192, 1988.

[4] D. Dobkin, H. Edelsbrunner, and C. K. Yap: "Probing convex polytopes," *Proc. 18th ACM STOC*, pp.387-392, 1986.

[5] S. L. Horowitz and T. Pavlidis: "Picture segmentation by a directed split-and-merge procedure," *Proc. 2nd Int. Joint Conf. Pattern Recognition*, pp.424-433, 1974.

[6] N. Katoh and T. Ibaraki: "A parametric characterization and an $\epsilon$-approximation scheme for the minimization of a quasiconcave program," *Discrete Applied Mathematics*, Vol.17 (1987), pp.39-66.

[7] N. Ohtsu: "Discriminant and least squares threshold selection," *Proc. 4th IJCPR*, pp.592-596, 1978.