

曲率変化の滑らかな曲線の構成法

3 P - 3

-通過点での曲率を指定した曲線の生成法-

東京電機大学 ○渡辺由美子 斉藤 剛 豊田工業大学 東 正毅 黒田 満

1 はじめに

デザイナーの設計意図として重要な要因に、ハイライトや映像の映り込む位置およびその範囲などがある。これらの意図を反映した曲面形状を作るためには、曲面上の面法線方向の変化、すなわち、曲率の変化を制御する必要がある。そこで筆者らは、曲面の構成曲線における曲率分布を直接規定することにより、曲率変化が滑らかな曲線を構成し、この曲線を基に曲面を構成することを考えた。

まず、デザイナーの意図を満たす滑らかな曲率プロファイルを持つ曲線を生成する方法として、与えられた境界条件のもとに、目的とする曲線の曲率中心の軌跡である縮閉線を決定し、そこから得られる伸開線として目的とする曲線を得る方法を考案した^{1),2)}。しかし、縮閉線による生成の場合、曲率パターンの制御は困難である。そこで、路長に対する曲率パターンを3次 Bézier 曲線の形式で表現し、その曲率パターンを持つ曲線を構成する方法について述べた。これより、両端点での曲率だけでなく、曲率の変化率まで指定した曲線を生成することが可能となった。

本報告は、この曲率変化が制御できることを応用し、複数のセグメントからなる曲線の各々の曲率パターンを与えることによって、 G^3 接続した曲線を生成する方法について述べる。

2 曲率パターンの表現法と幾何拘束条件

指定する幾何情報としては、目的とする曲線セグメントの両端点での位置、接線、そして曲率、および、曲率パターンである。

Generation of Curves and Surfaces with Smoothly Varying Curvature

Yumiko WATANABE, Tsuyoshi SAITOH
Tokyo Denki Univ.
2-2 Kandanishiki, Chiyoda-ku, Tokyo, 101
Masatake HIGASHI, Mitsuru KURODA
Toyota Technological Institute
2-12-1, Hisakata, Tempaku-ku, Nagoya, 468

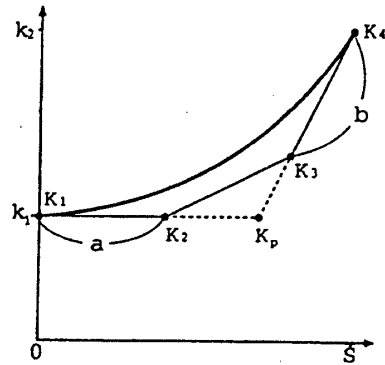


図1 曲率パターンの指定

そこで、まず、曲率パターンの表現法について述べる。曲率パターンは、横軸に路長を、縦軸に曲率半径を取った曲率プロットにより表現する。本法では、この曲率プロットを3次 Bézier 曲線の形式で表現する。これより、複数のセグメントを接続する際の自由度として、曲線の両端点での曲率変化率を指定することが可能となる。

図1において、 κ_1, κ_2 は、それぞれ、両端点での曲率である。生成する曲線の長さを s とすると、曲率プロットの両端点の位置である P_1, P_4 が決定する。

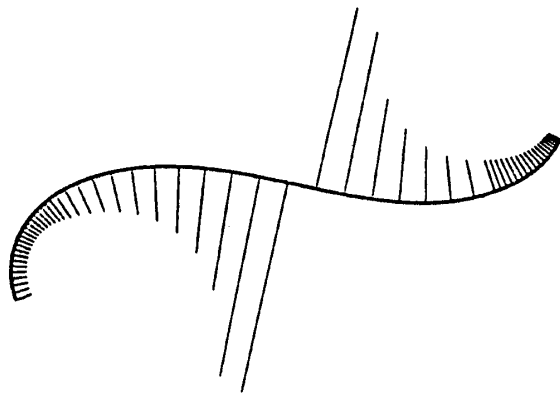
また、 $d\theta/ds = \kappa(s)$ (s は目的曲線上の路長を表す) であるので、目的とする曲線の両端点での接線方向の差を $\Delta\theta$ とすると、 $\Delta\theta = \int_0^S \kappa(s) ds$ が成り立たなければならない。これは、曲率プロットと s 軸で囲まれた部分の面積が、 $\Delta\theta$ と等しいことであり、

$$\Delta\theta = \int_0^1 k(t) \cdot \frac{ds(t)}{dt} dt \quad (1)$$

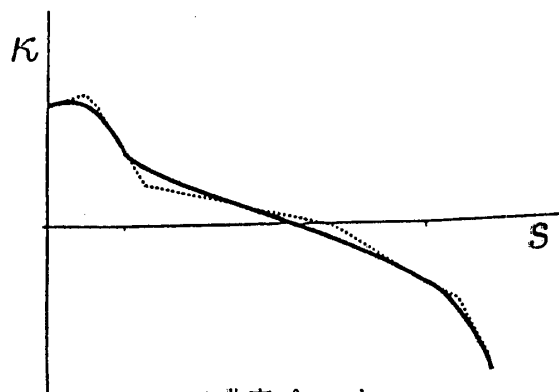
となる。これより、 P_2, P_3 の位置は、両端点での曲率変化、および、式(1)の拘束により決定される。この4点を制御点として、曲率プロットを指定する。このようにすることにより、 $\partial\kappa/\partial s$ が、制御辺 P_3P_4 で表現されることになる。

上述のように、与えられた幾何拘束を満たす曲率プロファイル $k(t)$ が与えられると、実際の曲線は、

$$dx/ds = \sin \theta(s), dy/ds = \cos \theta(s),$$



(a) 曲率プロフィール



(b) 曲率プロット

図2 3つの曲線のG³接続

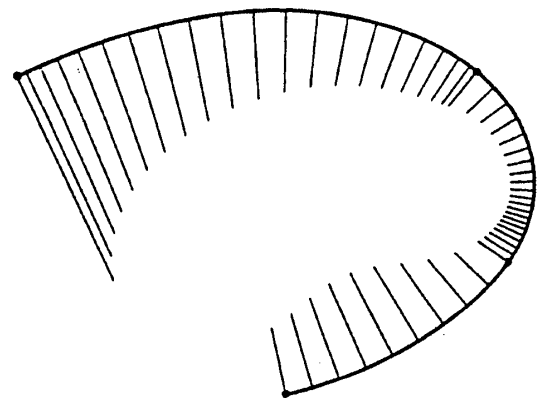
$$\begin{aligned} d\theta/ds &= \kappa(s) = k(s(t)), & (2) \\ ds/dt &= ds(t)/dt \end{aligned}$$

の3つの微分方程式を解くことにより求められる。ここで、 (x, y) の初期値は目的曲線の始点、 θ の初期値は、始点の接線方向である。

3 曲線の高次接続

両端点での曲率変化率を指定できることにより、曲率プロットの形を制御できるため、曲線の高次接続が可能となる。すなわち、曲率プロットにおける接続部分で互いの接線を一致させることにより、曲率プロットをG²接続でき、生成曲線のG³接続が実現できる。

図2に、3つのセグメントの接続例を示す。(a)は、生成曲線と曲率プロフィールであり、(b)は、曲率プロットである。(b)において、曲率プロットを決定するためのBézierポリゴンを点線で示す。接続部分では、それぞれ、曲率プロットの接線が一致しているので、生成曲線は、G³接続されている。中央のセグメントで曲率が反転しているが、曲線全体の曲率は単調に変化している。



(a) 曲率プロフィール



(b) 曲率プロット

図3 通過点での曲率を指定した曲線生成

4 通過点での曲率を指定した曲線生成

接続点での自由度を用いて、通過点での曲率を指定した曲線を生成することができる。

図3に、点列((a)中の黒丸)とその点での曲率を指定したときの例を示す。(b)に曲率プロットを示す。これより、曲率の変化もなめらかであることが分かる。

5 おわりに

本報告では、曲率パターンを3次Bézier曲線で表すことにより、両端点の位置、接線、曲率半径、さらに両端点で曲率の傾きを指定した曲線を生成する方法を述べた。これより、高次の接続ができるようになった。今後は、傾斜スプラインの解法への応用、生成曲線の性質の解明、空間曲線生成への応用などが課題である。

参考文献

- 1) 東, 毛利, 斉藤:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線曲面の構成法-第1報」, 精密工学会論文誌, 1994/4.
- 2) 斉藤, 渡辺, 東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線の生成」, 第48回情報処理学会春期大会, 1994/3.
- 3) 東, 他:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線曲面の構成法-第2報, 第3報」, 精密工学会論文誌.
- 4) 渡辺, 斉藤, 東:「曲率変化の滑らかな曲線の生成」, 第50回情報処理学会春期大会, 1995/3.
- 5) 渡辺, 斉藤, 東:「曲率変化の滑らかな曲線の生成」, 第52回情報処理学会春期大会, 1996/3.