

正規化ファジィ推論の高速計算アルゴリズム

大 木 誠[†] 森 山 敏 明[†]
菖 野 達 也[†] 大 北 正 昭[†]

本論文では、ファジィ制御の中核的技術といえるファジィ推論の計算の内容を整理し、演算量を削減したアルゴリズムを提案する。ファジィ制御によく用いられるファジィ推論法に簡略化ファジィ推論法がある。このファジィ推論法は、後件部がメンバシップ関数ではなく、クリスプ値である実数で与えられる。これにより、ファジィ推論の計算が簡略になるのみならず、推論ルールの最適化が容易になる。しかし、簡略化ファジィ推論では、推論ルールの構成と、入力値によっては、推論出力が不定となる場合がある。この問題点を補うように推論ルールを構成するために、前件部メンバシップ関数の定義にある種の制約を設けたファジィ推論法があり、広く応用されている。本論文では、このファジィ推論法を正規化ファジィ推論法とよび、この正規化ファジィ推論法についての高速計算アルゴリズムを提案する。正規化ファジィ推論法では、推論出力の計算である重み付き平均において、前件部適合度の和が1となり、計算の省略が可能であることを示す。また、このファジィ推論法の推論出力の計算において、非零項のみを選出して計算することにより、さらに計算の簡略化ができることを示す。さらに、これらの計算を再構成することで、単純な計算の繰返しによる計算フローが得られ、これを用いた高速計算アルゴリズムの詳細について説明する。最後に、これらのファジィ推論の各計算手法について、理論的な計算回数を検討し、実際の計算機上での実行時間の測定により、我々が提案する高速計算アルゴリズムの有効性を示す。

A Fast Computational Algorithm of the Normalized Fuzzy Reasoning

MAKOTO OHKI,[†] TOSHIAKI MORIYAMA,[†] TATSUYA SHONO[†]
and MASAOKI OHKITA[†]

This paper proposes a fast computational algorithm of the fuzzy reasoning. As one of the fuzzy reasoning, the simplified fuzzy reasoning is treated in many engineering and non engineering fields. In the simplified fuzzy reasoning, consequent values are defined not as a membership function but as a real value or a crisp value. In such a case, the fuzzy reasoning is able to be not only simplified but also easily optimized. However, in some applications, a result of the fuzzy reasoning yields the undefined value because of the characteristics of the fuzzy reasoning rules and input values. To improve this difficulty, a fuzzy reasoning method is defined with some restrictions to configure its reasoning rules and has been used in many fields. In this paper, we call it as a normalized fuzzy reasoning and propose its fast computational method. At first, we describe that in the computation of the fuzzy reasoning result or in the gravity computation, the value of a sum of the compatibilities becomes unity. Then the computation of the fuzzy reasoning can be reduced in number. And the computing procedure for obtaining a result of the fuzzy reasoning with selecting and adding only terms yielding non-zero value can be reduced. Secondly, we propose a fast computational algorithm of the fuzzy reasoning with rearranging this computing procedure. This fast computational algorithm is represented by a computational flow in a simple repetitive computation. Finally, by considering theoretical number of the computing procedures with measuring the execution time of those fuzzy reasoning methods, the advantage of our fast computational algorithm is proved.

1. はじめに

ファジィ制御は構造が明解で扱いやすいだけでなく、制御器の入出力の関係を直接表現できるため、電力プラントの制御¹⁾や電車の走行制御^{2),3)}また、自律移

[†] 鳥取大学工学部電気電子工学科
Department of Electrical and Electronic Engineering,
Faculty of Engineering, Tottori University

動ロボットの走行制御⁴⁾など、様々な方面で応用されている。このようなファジィ制御の中心的理論がファジィ推論⁵⁾である。ファジィ推論にはいくつかの手法が提案されているが、なかでも if-then 形式の後件部を実数で表現した簡略化ファジィ推論法 (Simplified Fuzzy Reasoning: SFR)^{5),6)}は、非ファジィ化の演算が簡単であり、かつ調整がしやすいという利点を兼ね備えている。しかしながら SFR では、入力値によってはファジィ推論出力が不定値を呈する場合があり、これを例外処理などで補償する必要があった。このような SFR の問題点を改良したファジィ推論法^{7),8)}が存在し、近年、様々な分野で広く応用されている。その推論法では、前件部メンバシップ関数 (Membership Function: MSF) の定義にある制約を設けることで、各ファジィ・ルールの前件部適合度の和がつねに 1 となり、非ファジィ化演算の結果が不定値をとらない。本論文では、このファジィ推論法を、その特徴から正規化ファジィ推論法 (Normalized Fuzzy Reasoning: NFR) と呼ぶことにする。また、NFR は入力空間を細かく分割する場合にも有効である。

このようなファジィ推論が高速に実行されれば、ファジィ推論器自体の応答性が向上するだけでなく、ファジィ推論を自動調整するような場合に大きな効果が期待できる。

ファジィ推論を自動調整する手法としては、被最適化パラメータを最急降下法^{9)~14)}や遺伝的アルゴリズム^{8),15)}などの最適化アルゴリズムを用いて自動調整を行う方法がある。このような場合、一般に最適化の過程においてファジィ推論の評価と被最適化パラメータの変更が行われる。このファジィ推論の評価は最適化を通じて膨大な回数が行われ、さらに通常 1 回の評価においてもファジィ推論が多くの回数実行される。したがって、ファジィ推論が高速に実行されれば、このようなファジィ推論の調整に要する時間も大幅に削減できる。

本論文では、このようなファジィ推論の計算内容を整理し、その演算量を削減した高速計算アルゴリズムを提案する。

ファジィ推論の高速化に関する他の報告例として、前件部適合度が 0 である項を計算の対象から除外し、等しい後件部を持つルールの計算を一本化する手法¹⁶⁾や、他の推論法と同等の入出力を与える解析関数を用いる方法¹⁷⁾、また、ファジィ・ルールの並列性などに着目したハードウェアによる高速化を実現したファジィ・チップの例^{18),19)}が提案され、実用に供しているものもある。さらに、ファジィ推論の演算を高速に実行す

ることを目的とした、最適化コンパイラの研究^{20),21)}も行われている。本論文で提案する手法は、ファジィ推論の計算において非零項のみの計算にとどまらず、その計算手順を再構成することによりさらに高速にファジィ推論を実現するものである。

本論文では、2 章において、SFR および NFR の定義について示し、3 章において、NFR の高速計算法を提案する。4 章において、これらの各手法の計算量に関する理論的考察を行い、5 章において、実際に計算機上でこれらの計算手法を実現し、計算時間を実測した結果について示す。

2. 正規化ファジィ推論法

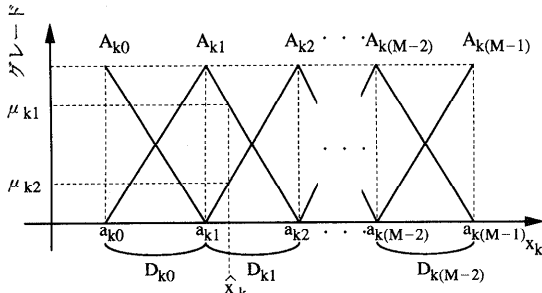
NFR は、SFR の前件部 MSF の構成に際し、ある制限を加えることにより、推論出力の計算を簡略化したものである。

本論文では次式で示されるようなファジィ・ルールを用いる。

$$\begin{aligned} \text{Rule } \langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle : & \text{ if } x_1 \text{ is } A_{1j_1} \text{ and} \\ & x_2 \text{ is } A_{2j_2} \text{ and } \dots \text{ and } x_L \text{ is } A_{Lj_L} \\ & \text{ then } y \text{ is } \omega_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \cdot \quad (1) \end{aligned}$$

ここで、 $x_1, x_2, \dots, x_L$ はファジィ推論への入力変数、 y は推論出力である。 j_k ($k = 1, 2, \dots, L$, $j_k = 0, 1, \dots, M-1$) は、入力変数 x_k について定義された MSF A_{kj_k} の番号である。各ルールには後件部実数 $\omega_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}$ が定義されている。各ルールの識別は L 組 $\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle$ によって行う。すなわち、ルール $\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle$ では、前件部として、 x_1 に対する $MSF A_{1j_1}$ が、 x_2 に対する $MSF A_{2j_2}$ が、 $\dots$ 、 x_L に対する $MSF A_{Lj_L}$ がそれぞれ定義され、後件部実数として $\omega_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}$ が定義されることになる。簡単のため、各入力変数に定義された MSF の個数を M とする。したがって、ファジィ・ルール集合のルールの総数は M^L 個となる。このようにした場合、ルールの識別子 $\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle$ は、 L 桁の M 進数と見なすことができ、シリアルなルール番号としても定義できる。

NFR における前件部 MSF は図 1 に示すように定義される。入力変数 x_k の入力空間を各 MSF の頂点位置 a_{kj_k} で分割し、入力空間を部分区間の集合で定義する。各部分区間には隣り合う 2 個の MSF のみが定義される。このことから、各部分区間でのグレードは次式のように定義される。

図1 入力変数 x_k に対する MSF の定義Fig. 1 Definition of the MSFs for the input variable x_k .

$$\mu_{kj_k} = \begin{cases} A_{kj_k}(\hat{x}_k) & (\hat{x}_k \in D_{kj_k}) \\ A_{kj_k}(\hat{x}_k) = 1 - \mu_{k(j_k-1)} & (\hat{x}_k \in D_{k(j_k-1)}) \\ 0 & (\hat{x}_k \notin D_{kj_k} \wedge \hat{x}_k \notin D_{k(j_k-1)}) \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 j_k は変数 x_k の定義領域 $D_k = [a_{k0}, a_{k(M-1)})$ を各 MSF の頂点位置 a_{kj_k} で分割して得られる部分区間 $D_{kj_k} = [a_{kj_k}, a_{k(j_k+1)})$ の番号であり、 j_k がこれらの部分区間を指す場合、 $0, 1, \dots, M-2$ の値をとる。ここでは各部分区間の MSF を直線で構成したが、各部分区間において式 (2) を満たしていれば、必ずしもその必要はない。

このように、入力値が属する部分区間の番号は、対応する MSF への番号と等価的に扱うことができる。

図 1 は、入力値 $\hat{x}_k$ が区間 D_{k1} に含まれる場合の例を示している。

推論出力は次式で定義される。

$$y = \frac{\sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} w_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}}{\sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}} \quad (3)$$

ここで、 $\mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}$ はルール $\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle$ の前件部適合度であり、次式で与えられる。

$$\mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} = \mu_{1j_1} \mu_{2j_2} \cdots \mu_{Lj_L} = \prod_{k=1}^L \mu_{kj_k} \quad (4)$$

式 (3) で与えられたファジィ推論の計算は、SFR と同様である。すなわち、SFR では、すべてのルールの前件部適合度 $\mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}$ を計算し、各ルールの後件部実数 $w_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle}$ とともに式 (3) で示される重み付き平均により推論出力を得る。本論文では、式 (3) のファジィ推論出力の計算を、SFR の計算として定義する。これは、一般的に知られている SFR のファジィ推論出力の計算を、そのままの形で行った場合と同等である。

次に、式 (3) の分母について考える。式 (3) の定義

より、分母は次式で与えられる。

$$(\text{分母}) = \sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \quad (5)$$

$$= \sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \left(\prod_{k=1}^L \mu_{kj_k} \right) \quad (6)$$

グレード μ_{kj_k} は、関連する部分空間 D_{kj_k} および $D_{k(j_k-1)}$ に入力値 $\hat{x}_k$ が含まれていないときは 0 となるから、このような因子を含む項は計算する必要がない。したがって、非零項のみを考えて次式を得る。

$$(\text{分母}) = \sum_{i=0}^{2^L-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^L \mu_{k(n_k+1)} \right] \quad (7)$$

ここで、 n_k は、入力値 $\hat{x}_k$ が属する部分区間 D_{kn_k} の番号であり、したがって、 n_k, n_k+1 は x_k について定義された MSF のうち、非零値をとる MSF の番号である。また、 $[i]_k$ は、次式で定義されるように、10 進整数 i の 2 進表現における第 k 桁の値を与えるものとする。

$$[i]_k = (i \text{ を } 2 \text{ 進表現したときの第 } k \text{ 桁の値})$$

$$\in \{0, 1\} \quad (8)$$

すなわち、式 (7) において、各 i に対して $[i]_k = 0$ もしくは $[i]_k = 1$ となる k について、連乗積演算の対象とするものである。連乗積の対象因数がない場合、連乗積の値が 1 となるから、式 (7) の第 i 項、第 k 因数のグレードは、第 1 の連乗積か第 2 の連乗積のどちらかに現れる。

式 (7) 右辺の各項は、因数として μ_{1n_1} を持つか $\mu_{1(n_1+1)}$ を持つかのいずれかである。したがって、 μ_{1n_1} を因数に持つ項のグループと、 $\mu_{1(n_1+1)}$ を因数に持つ項のグループに分けることができ、さらに式 (2) のグレードの定義より次式を得る。

$$\begin{aligned} (\text{分母}) &= \mu_{1n_1} \cdot \sum_{i=0}^{2^{L-1}-1} \left[\prod_{\substack{k=2 \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=2 \\ [i]_k=1}}^L (1 - \mu_{kn_k}) \right] \\ &\quad + (1 - \mu_{1n_1}) \cdot \sum_{i=2^{L-1}}^{2^L-1} \left[\prod_{\substack{k=2 \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=2 \\ [i]_k=1}}^L (1 - \mu_{kn_k}) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

上式において、第 1 項、第 2 項のそれぞれの Σ が与える各項は、これまでと同様に因数として μ_{2n_2} を持

つか $\mu_{2(n_2+1)}$ を持つかのいずれかである。したがって、 μ_{2n_2} を因数に持つ項のグループと、 $\mu_{2(n_2+1)}$ を因数に持つ項のグループに分けることができる。このような手順を繰り返すことによって、次式を得る。

$$(\text{分母}) = \mu_{1n_1} Q_{10} + (1 - \mu_{1n_1}) Q_{11} \equiv Q_{00} \quad (10)$$

ここで Q_{10} および Q_{11} は、式 (9) の第 1 項および第 2 項の Σ の計算の部分それぞれを表すものである。この $Q_{\alpha\beta}$ は次式のように定義することができる。

$$Q_{\alpha\beta} = \sum_{i=\beta 2^{L-\alpha}-1}^{(\beta+1)2^{L-\alpha}-1} \left[\prod_{\substack{k=1+\alpha \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1+\alpha \\ [i]_k=1}}^L (1 - \mu_{kn_k}) \right] \quad (11)$$

$$\alpha = 1, 2, \dots, L, \quad \beta = 0, 1, \dots, 2^\alpha - 1$$

$$Q_{L\beta} = 1 \quad (\beta = 0, 1, \dots, 2^L - 1) \quad (12)$$

また、 $Q_{\alpha\beta}$ は、式 (11) の定義より、一般に次式のように表すことができる。

$$Q_{\alpha\beta} = \mu_{(\alpha+1)n_{(\alpha+1)}} Q_{(\alpha+1)(2\beta)} + (1 - \mu_{(\alpha+1)n_{(\alpha+1)}}) Q_{(\alpha+1)(2\beta+1)} \quad (13)$$

すなわち、 α を増加させながら $Q_{0\beta}, Q_{1\beta}, \dots, Q_{L\beta}$ を順次定義することは、式 (9) の各項を、 $\mu_{(\alpha+1)n_{(\alpha+1)}}$ を因数に持つ項と $(1 - \mu_{(\alpha+1)n_{(\alpha+1)}})$ を因数に持つ項に順次展開する手順に相当する。一方、逆に式 (12) から出発して、 α を減少させながら $Q_{(L-1)\beta}, Q_{(L-2)\beta}, \dots, Q_{0\beta}$ を順次計算することは、式 (9) の値を部分的に計算することに相当する。

そして、 $\alpha = L - 1$ のとき $Q_{(L-1)\beta}$ は $Q_{L\beta}$ で表せて、さらに式 (12) の関係から、

$$Q_{(L-1)\beta} = \mu_{Ln_L} Q_{L(2\beta)} + (1 - \mu_{Ln_L}) Q_{L(2\beta+1)} = 1 \quad (\beta = 0, 1, \dots, 2^{L-1} - 1) \quad (14)$$

となる。同様の手順を順次繰り返すことにより、 Q_{00} は以下に示すように 1 となる。

$$Q_{00} = \mu_{1n_1} Q_{10} + (1 - \mu_{1n_1}) Q_{11} = \mu_{1n_1} + (1 - \mu_{1n_1}) = 1 \quad (15)$$

つまり、正規化ファジィ推論法では、式 (3) の推論結果の計算において、分母の値が 1 となり、分母の計算および除算を行う必要がないことが分かる。このようにして得られたファジィ推論出力を次式に示す。

$$y = \sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \mu_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \omega_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \quad (16)$$

本論文では、式 (3) の分母を 1 とすることで、式 (16)

によって与えられたファジィ推論出力の計算法を、後に示す NFR の計算法と区別するために、NFR' と呼ぶことにする。

3. 正規化ファジィ推論の高速計算

前章で最終的に得た NFR' のファジィ推論出力の式 (16) について、さらに詳しく検討する。式 (4) の関係から、式 (16) は次のように書き換えられる。

$$y = \sum_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \left(\prod_{k=1}^L \mu_{kj_k} \right) \omega_{\langle j_1, j_2, \dots, j_L \rangle} \quad (17)$$

同式での μ_{kj_k} のうち、関連する部分区間 D_{kj_k} および $D_{k(j_{k+1})}$ に入力値 $\hat{x}_k$ が含まれていないときは 0 となるから、このような因子を含む項は計算しなくてもよい。これらの項の計算を省略して、非零項のみの和をとり、さらに式 (2) の関係を適用して、次式を得る。

$$y = \sum_{i=0}^{2^L-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^L \mu_{k(n_k+1)} \right] \omega_{S(i)} \quad (18)$$

$$= \sum_{i=0}^{2^L-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^L \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^L (1 - \mu_{kn_k}) \right] \omega_{S(i)} \quad (19)$$

ここで、 n_k は x_k について定義された部分区間のうち、入力値 $\hat{x}_k$ が含まれる区間 D_{kn_k} を示す番号である。また $S(i)$ は、0 以外の前件部適合度を持つルールを示す L 組であり、次式によって与えることができる。

$$S(i) = \langle n_1 + [i]_1, n_2 + [i]_2, \dots, n_k + [i]_k, \dots, n_L + [i]_L \rangle \quad (20)$$

$[i]_k$ は $i (= 0, 1, \dots, 2^L - 1)$ の値によって、 $\{0, 1\}$ のいずれかの値をとるから、 $S(i)$ は 2^L 個存在することになる。連乗積の対象因数がない場合、連乗積の値が 1 となるから、式 (19) の第 i 項、第 k 因数のグレードは、第 1 の連乗積か第 2 の連乗積に現れる。

本論文では、式 (19) によるファジィ推論の計算法を NFR と呼ぶことにする。NFR では、式 (16) で計算の対象としているすべてのルール (M^L 個) のうち、式 (19) に示すように前件部適合度が非零値をとる項 (2^L 個) のみを選択して計算するものである。

次に、式 (19) の計算を再構成して、さらに高速に演算可能なファジィ推論を導く。

式 (19) の各項は, μ_{LnL} を因数として含む項のグループと, $(1 - \mu_{LnL})$ を因数として含む項のグループに分類することができ, 次式のように表せる.

$$y = \mu_{LnL} \cdot \sum_{i=0}^{2^{L-1}-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^{L-1} \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^{L-1} (1 - \mu_{kn_k}) \right] \omega_{S(i)} \\ + (1 - \mu_{LnL}) \cdot \sum_{i=2^{L-1}}^{2^L-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^{L-1} \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^{L-1} (1 - \mu_{kn_k}) \right] \omega_{S(i)} \quad (21)$$

式 (21) において, 第 1 項, 第 2 項の各々の Σ で定義された各項は, 前述の議論と同様に, 因数として $\mu_{(L-1)n_{L-1}}$ を持つか, $\mu_{(L-1)(n_{L-1}+1)} = 1 - \mu_{(L-1)n_{L-1}}$ を持つかのいずれかであり, それぞれのグループに分類することができる. このような手順を繰り返すことによって, 推論出力は次式によって与えることができる.

$$y = \mu_{LnL} R_{(L-1)0} + (1 - \mu_{LnL}) R_{(L-1)1} \quad (22)$$

$$\equiv R_{L0} \quad (23)$$

ここで,

$$R_{\alpha\beta} = \sum_{i=\beta 2^\alpha}^{(\beta+1)2^\alpha-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^{\alpha} \mu_{kn_k} \right] \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=1}}^{\alpha} (1 - \mu_{kn_k}) \right] \omega_{S(i+\beta 2^{L-\alpha})} \quad (24)$$

$$\alpha = L, L-1, \dots, 1, 0$$

$$\beta = 0, 1, \dots, 2^{L-\alpha} - 1$$

ただし,

$$R_{0\beta} = \omega_{S(\beta)} \quad (\beta = 0, 1, \dots, 2^L - 1) \quad (25)$$

である. また, $R_{\alpha\beta}$ は式 (24) の定義より, 次式のように定義することができる.

$$R_{\alpha\beta} = \mu_{\alpha n_\alpha} R_{(\alpha-1)(2\beta)} + (1 - \mu_{\alpha n_\alpha}) R_{(\alpha-1)(2\beta+1)} \quad (26)$$

$$= R_{(\alpha-1)(2\beta+1)} + \mu_{\alpha n_\alpha} (R_{(\alpha-1)(2\beta)} - R_{(\alpha-1)(2\beta+1)}) \quad (27)$$

ただし, $\alpha \geq 1$ とする.

式 (27) の計算をフロー図に表すと, 図 2 のように

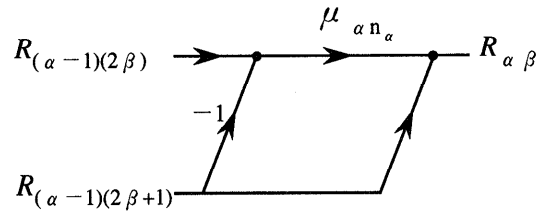


図 2 式 (27) のフローグラフ

Fig. 2 The flow graph to implement the relation of Eq. (27).

なる.

α を減少させながら $R_{L\beta}, R_{(L-1)\beta}, \dots, R_{0\beta}$ を順次定義することは, 式 (21) の各項を, $\mu_{\alpha n_\alpha}$ を因数に持つ項と $(1 - \mu_{\alpha n_\alpha})$ を因数に持つ項に順次因数分解する手順に相当する. 一方, 式 (25) の $R_{0\beta}$ から出発して α を増加させながら $R_{1\beta}, R_{2\beta}, \dots, R_{L\beta}$ を順次計算することは, 式 (21) の値を部分的に計算することに相当する.

このようにして, 図 2 に示す, 式 (27) の単純計算を繰り返し行うことで, 最終的に R_{00} すなわちファジィ推論結果を計算することができる. これらの計算のフローは, 図 2 に示す計算フローを計算の単位として, 図 3 に示すように構成することができる. 本論文では, この NFR の高速計算法を高速正規化ファジィ推論法 (Fast Normalized Fuzzy Reasoning: FNFR) とよび, 単なる NFR と区別することにする.

図 3 において, 破線で囲まれた部分は計算のステージを示すものである. 第 k ステージでは, 1 つの入力 x_k に対するグレード μ_{kj_k} ($k = 1, 2, \dots, L$) のみに基づいて, 図 2 に示す単純な計算が行われる. また, ステージが進行するに従って, 計算回数は半減している.

FNFR の計算手順を以下に示す.

- (1) 入力値ベクトル $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L]$ に対し, これらの各入力値が含まれる, 各入力変数 x_k の部分区間 D_{kn_k} が決定でき, 基準となる L 組 $\langle n_1, n_2, \dots, n_L \rangle$ を得る.
- (2) 手順 (1) と同時に, 部分区間 D_{kn_k} で定義された MSF のグレード μ_{kn_k} を計算する.
- (3) 次式で示すように, L 組 $\langle n_1, n_2, \dots, n_L \rangle$ を基準にして, 各後件部実数を選択し, 図 3 に示す計算フローに設定する.

$$R_{0\beta} = \omega_{\langle n_1 + [\beta]_1, \dots, n_k + [\beta]_k, \dots, n_L + [\beta]_L \rangle} \quad (\beta = 0, 1, \dots, 2^L - 1)$$

- (4) 図 3 に示す計算フローに従って計算を行い, ファジィ推論結果を得る.

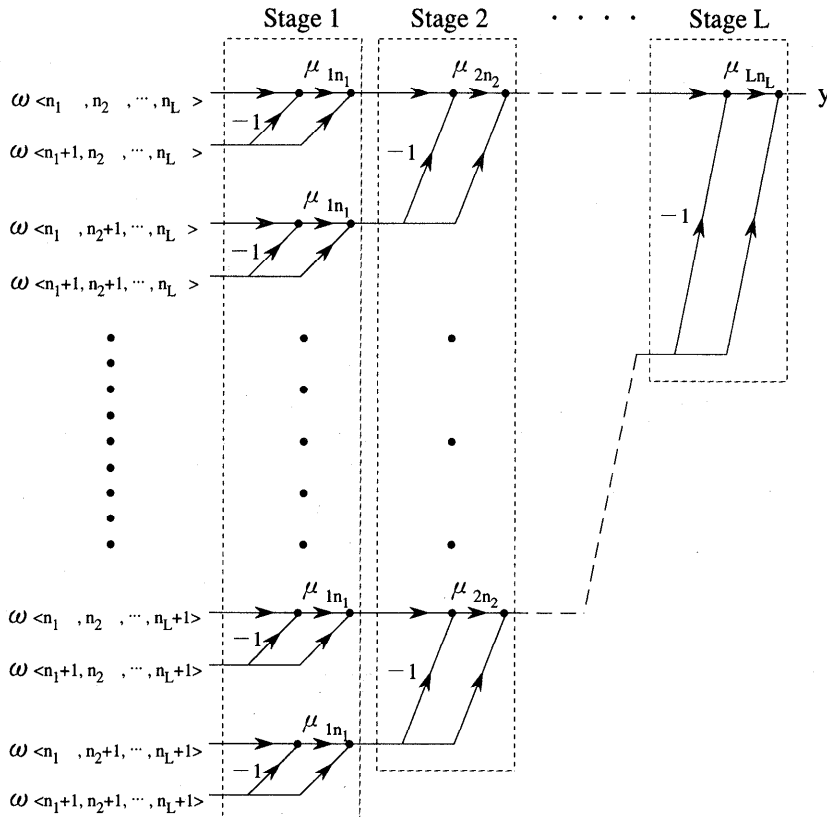


図3 FNFRのフローグラフ
Fig. 3 The flow graph to implement the FNFR.

ここで、手順(3)において、 $[\beta]_k$ の値は、あらかじめ決まった配列として用意しておくことが可能である。したがって、これらの計算を推論出力の計算時に行う必要はない。

例として、2入力1出力のファジィ推論を考える。各入力に対して定義されたMSFは5個とする。したがって、SFRとしてのファジィ推論は式(3)より次式のようにして与えられる。

$$y = \frac{\sum_{\langle j_1, j_2 \rangle = (0,0)}^{(4,4)} \mu_{\langle j_1, j_2 \rangle} w_{\langle j_1, j_2 \rangle}}{\sum_{\langle j_1, j_2 \rangle = (0,0)}^{(4,4)} \mu_{\langle j_1, j_2 \rangle}} \quad (28)$$

ここで、前件部適合度の和がつねに1であることから、NFR'としてのファジィ推論は、式(16)より次式のようにして得ることができる。

$$y = \sum_{\langle j_1, j_2 \rangle = (0,0)}^{(4,4)} \mu_{\langle j_1, j_2 \rangle} w_{\langle j_1, j_2 \rangle} \quad (29)$$

ファジィ推論の入力空間と各入力のMSFの関係は図4に示すとおりである。いま、図4に示すように、

入力値ベクトル $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$ に対して $\hat{x}_1 \in D_{11}$ かつ $\hat{x}_2 \in D_{22}$ であったとする。図中、入力は×印で示し、領域 (D_{11}, D_{22}) は斜線で示す。すべてのルール(25個)のうち、前件部適合度が非零値をとるルールは、図中(1)~(4)で示した領域に対応した4個のルールである。これら以外のすべてのルールは前件部適合度が0となる。これら4個のルールの識別子はそれぞれ、 $\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle$ である。これらのルールに関連するMSFは x_1 については A_{11}, A_{12} であり、 x_2 については A_{22}, A_{23} である。これらのMSFの値は、式(2)の関係より、次のように表せる。

$$A_{12}(\hat{x}_1) = 1 - A_{11}(\hat{x}_1) = 1 - \mu_{11} \quad (30)$$

$$A_{23}(\hat{x}_2) = 1 - A_{22}(\hat{x}_2) = 1 - \mu_{22} \quad (31)$$

したがって、NFRとしてのファジィ推論は式(19)より次のようにして表せる。

$$y = \sum_{i=0}^{2^2-1} \left[\prod_{\substack{k=1 \\ [i]_k=0}}^2 \mu_{kn_k} \right]$$

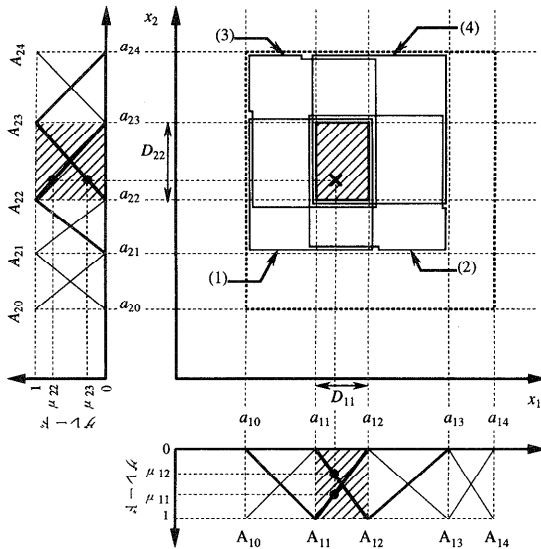


図4 2入力1出力のファジィ推論の例

Fig. 4 An example of fuzzy reasoning with two input and a single output.

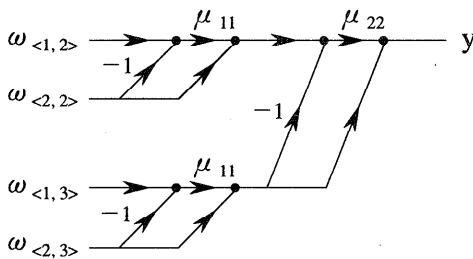


図5 2入力1出力のファジィ推論のFNFRのフロー図

Fig. 5 FNFR flow graph of fuzzy reasoning with two input and a single output.

$$\left[\prod_{k=1}^2 (1 - \mu_{kn_k}) \right] \omega_{\langle n_1 + [i]_1, n_2 + [i]_2 \rangle} \quad (32)$$

さらに、この計算手順を再構成する意味で図3の計算フローに当てはめて、図5に示すようなFNFRとしてのファジィ推論を得る。

4. 計算回数に関する考察

本論文で示したファジィ推論の各々の計算手法について、計算回数に関する比較を行う。

SFRでは、一般に推論結果の算出の際に、重み付き平均の分母がつねに1となるとは限らないため、この部分を計算しなければならない。一方、NFR'では重み付き平均の分母がつねに1となるため、この部分を計算する必要がなく、除算の必要もない。また、

表1 各ファジィ推論における計算回数の比較

Table 1 Comparison of the number of computations for each fuzzy reasoning.

演算の種類	ファジィ推論の計算の種類			
	SFR	NFR'	NFR	FNFR
加算	$2M^L - 2$	$M^L - 1$	$2^L - 1$	$2^{L+1} - 2$
乗算	LM^L	LM^L	$L2^L$	$2^L - 1$
除算	1	0	0	0

NFRでは、前章の式(19)に示したように、前件部適合度が0となる項は計算の必要がないため、計算回数は削減される。さらに、これらの計算はFNFRの計算法により、計算回数の削減が期待できる。

それぞれのファジィ推論の計算法において、加算、乗算、除算の各計算回数を求め、表1に示す。ここでは、実際のプログラムでは必要になるであろう、配列へのインデックス計算や代入演算に必要な計算回数は、無視して考えることができるものとする。表1に示すとおり、SFR、NFR'、NFRおよびFNFRの順に、計算回数が減少していることが分かる。ただし、FNFRの加算の回数だけが、NFRのその2倍になっている。

一般に、1回の加算に要する時間に比べて1回の乗算に要する時間は長くなる。次章で述べる、実際の計算時間の比較に用いたパーソナル・コンピュータ上でC言語で記述した場合、加算、乗算および除算に要する時間(T_A, T_M, T_D)の比は以下のとおりであった。

$$T_A : T_M : T_D = 0.0954 : 1 : 1.196 \quad (33)$$

これらのことを考慮して、表1に基づいた各計算法の計算回数をグラフ化したものを図6に示す。ここで、各入力変数に対して定義されたMSFの個数は $M=5$ とした。

また、乗算が加算と同じ1ステップで実行されるようなDSPなどでファジィ推論を実行する場合を考える。このような場合を考察するために、加算、乗算、除算の実行時間の比を次式のように等しくして考えた。

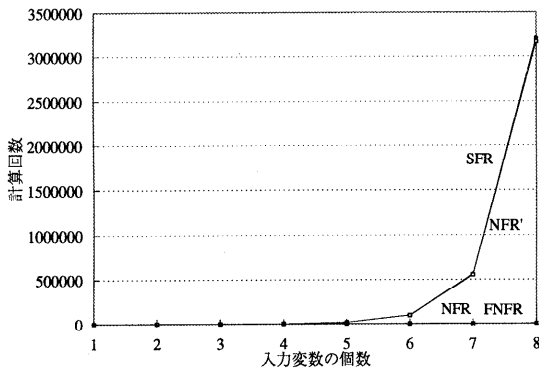
$$T_A : T_M : T_D = 1 : 1 : 1 \quad (34)$$

このような場合の各計算法の計算回数をグラフ化したものを図7に示す。

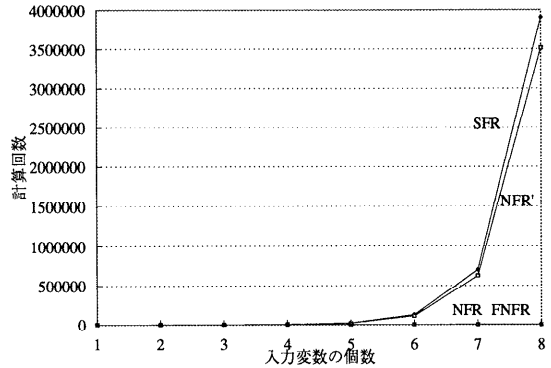
図6および図7から分かるように、入力変数の個数 L が増大するにつれて、FNFRの優位性が顕著になっている。

5. ファジィ推論の実行時間の測定

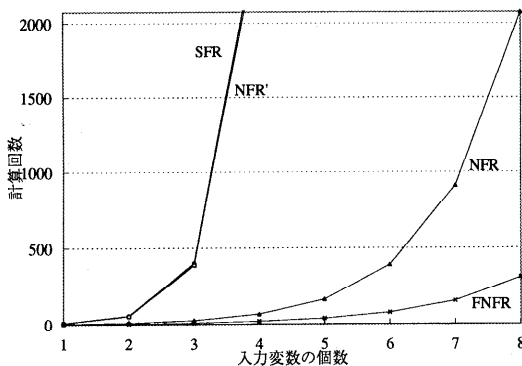
本論文で示した4種類のファジィ推論の計算法、SFR、NFR'、NFR、およびFNFRをパーソナル・



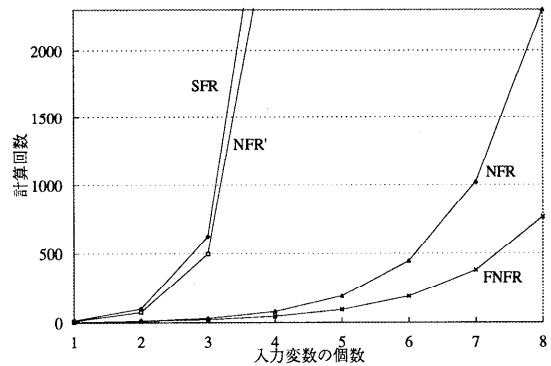
(a) SFR の計算回数を基準にして描いた場合



(a) SFR の計算回数を基準にして描いた場合



(b) NFR の計算回数を基準にして描いた場合



(b) NFR の計算回数を基準にして描いた場合

図 6 $T_A : T_M : T_D = 0.0954 : 1 : 1.196$ とした場合の各ファジィ推論の計算回数に関する比較
 Fig. 6 Comparison of the number of computations for each fuzzy reasoning in a case of $T_A : T_M : T_D = 0.0954 : 1 : 1.196$.

図 7 $T_A : T_M : T_D = 1 : 1 : 1$ とした場合の各ファジィ推論の計算回数に関する比較
 Fig. 7 Comparison of the number of computations for each fuzzy reasoning in a case of $T_A : T_M : T_D = 1 : 1 : 1$.

コンピュータ上で実行し、それぞれの実行時間を以下に示す条件に基づいて測定した。

- (1) C 言語によって、プログラムを記述した。
- (2) 入力変数 $x_k (k = 1, 2, \dots, L)$ を区間 $[0, 1]$ で変化させた。
- (3) 各入力変数について、 $step$ ずつ変化させた。
- (4) したがって、 $(1/step)^L$ 回のファジィ推論を行い、実行に要した時間の平均をとった。
- (5) 前件部 MSF は、各入力空間を、等間隔に分割するように配置した。
- (6) 後件部は、乱数により得た値を用いた。
- (7) 各入力ごとの前件部 MSF の個数は、 $M = 5$ とした。
- (8) 入力変数の個数 L は、1 から 8 までとした。

ここで、 $step$ の値は、実行時間の測定が正確に行えるように、入力変数の個数に応じて 0.000001 から 0.25 の間の適当な値を用いた。ただし、各計算手法の間で

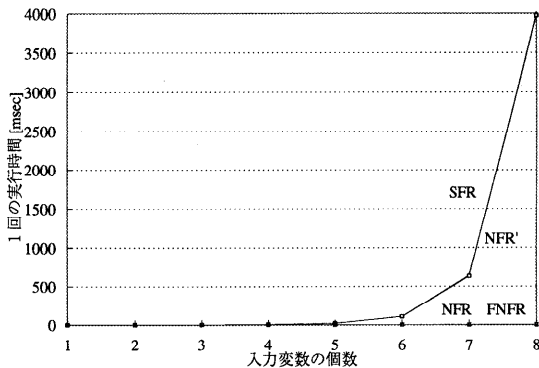
表 2 各ファジィ推論における実行時間の比較

Table 2 Comparison of the execution time for each fuzzy reasoning.

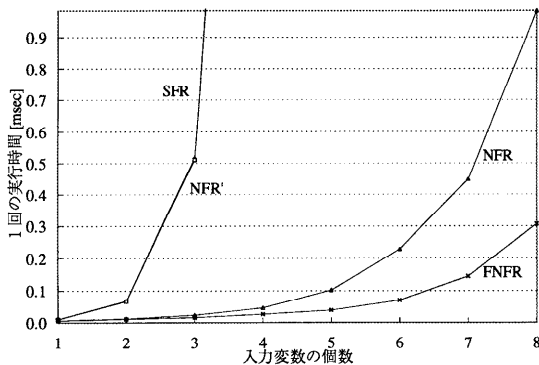
入力変数の個数	各計算法の実行時間 [msec]			
	SFR	NFR'	NFR	FNFR
1	0.0098	0.0094	0.0058	0.0054
2	0.0681	0.0670	0.0120	0.0111
3	0.5154	0.5104	0.0234	0.0159
4	3.4240	3.3600	0.0464	0.0259
5	19.0400	18.7520	0.1024	0.0384
6	108.6865	107.4951	0.2291	0.0704
7	640.1563	633.4375	0.4480	0.1453
8	3992.1094	3975.4688	0.9818	0.3067

は同一の $step$ の値を用いた。

各々の手法によるファジィ推論の実行結果を表 2 に示す。表 2 では、各推論計算法に関する、入力変数の個数に対する 1 回のファジィ推論の実行時間を示している。この表 2 の結果をグラフにより表したものが図 8 である。



(a) SFR の実行時間を基準にして描いた場合



(b) NFR の実行時間を基準にして描いた場合

図8 ファジィ推論の実行時間の比較

Fig. 8 Comparison of the execution time for each fuzzy reasoning.

これらの図表から分かるように、SFRに比べてNFRが、さらに、NFRに比べて、FNFRが最も高速に実行されている。このようなFNFRの高速性は、入力変数の個数が増加するに従って顕著になっている。また、これらの図表に示した結果は、前章で示した理論的な結果とほぼ一致していることが分かる。

6. おわりに

本論文では、SFRの前件部MSFの定義に制約を加えることにより、ファジィ推論出力の計算量を削減できるNFRを示した。NFRの計算の際に、従来から知られていた重み付き平均演算の分母を1に固定することによる計算量の削減手法(NFR')に加え、非零項のみを計算することによる計算量の削減手法(NFR)を示した。さらに、NFRの積和演算の順序を入れ替え、計算を再構成することにより、ファジィ推論出力を与える計算が単純な計算の繰返しによる計算フローで表せ、高速演算アルゴリズム(FNFR)の実現が可能であることを示した。これらのファジィ推

論の計算手法について、計算回数に関する検討を行うと共に、各計算手法を計算機上で実現し、本論文で提案したFNFRの有効性を示した。

謝辞 本研究を行うにあたり、著者大木の日々の健康管理や精神面の大きな支えとして多大な助力を賜りました、大木の妻である留美子様に厚く感謝いたします。

参考文献

- 1) 高橋 剛, 紀藤昌仁, 浅井三千雄, 城戸三安, 千葉富雄, 川上潤三, 松井義明: ファジィ推論を適用した電圧制御装置の検討, 電気学会論文誌 B, Vol.113-B, No.1, pp.49-56 (1993).
- 2) 安信誠二, 宮本捷二, 井原廣一: Fuzzy 制御による列車定位置停止制御, 計測自動制御学会論文集, Vol.19, No.11, pp.873-880 (1983).
- 3) 大島弘安, 関野真一, 安信誠二: 予見ファジィ制御方式による自動列車運転装置の実現, 電気学会論文誌 C, Vol.109-C, No.5, pp.337-344 (1989).
- 4) Miyata, H., Ohki, M., Yokouchi, Y. and Ohkita, M.: Control of the Autonomous Mobile Robot DREAM-1 for a Parallel Parking, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol.41, pp.129-138 (1996).
- 5) 菅野道夫: ファジィ制御, 日刊工業新聞社 (1988).
- 6) 前田幹夫, 村上周太: 自己調整ファジィコントローラ, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.2, pp.191-197 (1988).
- 7) Katayama, R., Kajitani, Y. and Nishida, Y.: A Self Generating And Tuning Method for Fuzzy Modeling Using Interior Penalty Method And Its Application to Knowledge Acquisition of Fuzzy Controller, *Fuzzy Control Systems*, Kandel, A. and Langholz, G. (Eds.), chapter 9, pp.198-224, CRC Press (1993).
- 8) Nomura, H., Hayashi, I. and Wakami, N.: A Self-Tuning Method of Fuzzy Reasoning by Genetic Algorithm, *Fuzzy Control Systems*, Kandel, A. and Langholz, G. (Eds.), chapter 16, pp.338-339, CRC Press (1993).
- 9) 大木 誠, 宮田仁志, 田中幹浩, 大北正昭: 折れ線型メンバーシップ関数を用いたファジィルールの自動チューニング, 電気学会論文誌 C, Vol.116-C, pp.776-784 (1996).
- 10) Miyata, H., Ohki, M. and Ohkita, M.: Self-Tuning of Fuzzy Reasoning by the Steepest Descent Method and Its Application to a Parallel Parking, *IEICE Trans. Information and Systems*, Vol.E79-D, No.5, pp.561-569 (1996).
- 11) 林 勲, 野村博義, 若見 昇: ニューラルネット駆動型ファジィ推論による推論ルールの獲得, 日本ファジィ学会誌, Vol.2, No.4, pp.585-597 (1990).

- 12) 野村博義, 林 勲, 若見 昇: デルタルールによるファジィ推論の自動チューニング手法と障害物回避への応用, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.2, pp.379-388 (1992).
- 13) 堀川慎一, 古橋 武, 内川嘉樹: ファジィニューラルネットワークの構成法と学習法, 日本ファジィ学会誌, Vol.4, No.5, pp.906-928 (1992).
- 14) Rashid, N.K.A. and Heger, A.S.: Tuning of fuzzy logic controllers by parameter estimation method, *Fuzzy Logic and Control*, Jamshidi, M., Vadiie, N. and Ross, T.J. (Eds.), PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ (1993).
- 15) 大木 誠, 森山敏明, 宮田仁志, 大北正昭: GAを用いたファジィルールの自動チューニングにおける学習回数削減のための一方法, 電気学会研究会資料, No.SC-96-10, pp.85-92, 電気学会システム・制御研究会 (1996).
- 16) Chen, H.-P., Shyur, J.-C. and Parng, T.-M.: Toward Fast Reasoning for Fuzzy Logic Inference, *1993 International Joint Conference on Neural Networks*, pp.697-700 (1993).
- 17) Yi, S. and Park, S.: A new fast fuzzy algorithm, *Fuzzy Sets and Systems*, North-Holland, chapter 60, pp.33-40 (1993).
- 18) 有川晴彦, 水本雅晴: 高速多入力ファジィ推論の実現, 第9回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, No.FC6-2, pp.773-776, 日本ファジィ学会 (1993).
- 19) 山川 烈: ファジィハードウェアシステム—ディジタル方式とアナログ方式のファジィ推論チップ, 情報処理学会論文誌, Vol.30, No.8, pp.931-941 (1989).
- 20) 畑田明信, 戸貝正喜: ファジィ推論エンジンの最適化手法とその効果, 第10回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, No.WE3-2, pp.163-166, 日本ファジィ学会 (1994).
- 21) 畑田明信, 戸貝正喜: 命令セットアーキテクチャから見たファジィプロセッサの研究, 第9回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, No.FC4-1, pp.749-752, 日本ファジィ学会 (1994).

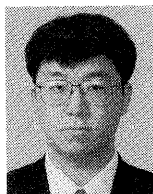
(平成 9 年 2 月 3 日受付)

(平成 10 年 3 月 6 日採録)



大木 誠

1963 年 12 月 11 日生. 1988 年 3 月鳥取大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了. 同年 4 月沖電気工業 (株) 入社. 1994 年 2 月同社を退社. 同年 3 月鳥取大学工学部電気電子工学科助手, 現在に至る. ファジィ推論の最適化および高速計算アルゴリズムに関する研究に従事. 電気学会, 電子情報通信学会各会員.



森山 敏明

1972 年 8 月 22 日生. 1998 年 3 月鳥取大学大学院工学研究科電気電子工学専攻博士前期課程修了. 同年 4 月より鳥取県庁に勤務, 現在に至る. ファジィ推論の自動獲得の研究に従事. 電子情報通信学会会員.



葛野 達也

1975 年 3 月 6 日生. 1997 年 3 月鳥取大学工学部電気電子工学科卒業. 同年 (株) ケイズ入社, 現在に至る. ファジィ推論の最適化の研究に従事.



大北 正昭 (正会員)

1943 年 1 月 21 日生. 1968 年 3 月大阪府立大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了. 同年 4 月鳥取大学工学部電気工学科助手, 1983 年 4 月講師, 1990 年 3 月同大学工学部電気電子工学科助教授, 1993 年 4 月教授, 現在に至る. 工学博士. 自律移動ロボットの研究等に従事.