

## 遺传的アルゴリズムによる多目的関数問題の最適化

3M-8

ムハマド ロムジ 西野 順二 小高 知宏 小倉 久和

福井大学 工学部

## 1 はじめに

近年、遺传的アルゴリズム (GA) のもつ最適化能力を最適化問題に応用する研究が盛んに行われている。単一目的最適化問題だけでなく多目的最適化問題へまで研究対象を拡張し、様々な工夫がなされている。

実際、多くのアプリケーションでは目的関数は複数であることがほとんどである。この多目的最適化問題には単一目的最適化問題と違って、複数の目的関数間でのトレードオフをいかにバランスさせるかという問題がある。ある目的関数での値を改善するためには少なくとも他の目的関数の値を改悪せざるを得ないような解をパレート最適解 (Pareto optimal solution) と呼ぶ。GA を多目的最適化問題に対して適用する場合、パレート最適解を適切に評価・選択し、次世代に残していくことがキーポイントとなる。単一目的の組み合わせ最適化問題に対する近似解法の評価の場合は、厳密な最適解に対する近似最適解の相対誤差が、一般的な評価基準となる。しかし、複数個の競合する目的関数の存在する組み合わせ最適化問題に対しては、単一目的の最適解の代りに、パレート最適解の概念が用いられるので、このような評価方法は困難になる。この点に関して、様々な方法が提案されているが [1][2]、今回はわれわれはファジィ推論を導入した新たな適合度の評価方法を提案する。

## 2 多目的最適問題

一般に、 $k$ 個の目的関数  $z_i(x) = c_i x, i = 1, \dots, k$ , の存在する多目的関数の最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{maximize } (z_1(x), z_2(x), \dots, z_k(x))^T \\ & \text{subject to } Ax \leq b \end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

ここで、 $c_i = (c_{i1}, \dots, c_{in})$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ ,  $b = (b_1, \dots, b_m)^T$  で、 $A = (a_{ij})$  は  $m \times n$

行列である。簡単化のため、 $A$  および  $b$  の各成分は正であり、 $x_j = 0$  or  $1$  と仮定すれば、この問題は多目的ナップザック問題とみなすことができる。

本研究では、単一目的のナップザック問題の拡張である多目的ナップザック問題に焦点をあて、提案する遺传的アルゴリズムの適用について考察を行なう。本稿では、特に2目的ナップザック問題を取り上げる。

## 3 遺传的アルゴリズムの適用

本研究では、多目的最適化問題のパレート最適解の部分集合をいかに効率よく求めるかという点に焦点を絞り、パレート最適解の集合の中から最終的に意思決定者の妥協解をいかにして導出するかを考察する。一般に、パレート最適解は複数個の点からなる解集合を形成するので、現実の意思決定においては、意思決定者は自己の選好構造に基づいて、最終的に何らかの合理的な解を選択しなければならない。ここで、意思決定者の選好構造を十分に反映させるいわゆる選好関数 (preference function) を定義すれば、意思決定者の選好解が得られると考える。そこで、上記のような多目的ナップザック問題に応用する遺传的アルゴリズムにおいて、われわれはファジィ推論に基づく適合度の計算手法を導入した。

## 3.1 遺伝子コーディング

本研究での遺伝子表現は、通常のナップザック問題における表現と同じである。荷物  $X_i$  を文字列の  $c_i$  番目のビットに対応させ、荷物  $X_i$  が選択されている時を1で、そうでない時を0で表現する。

## 3.2 遺传的操作

本研究における遺传的操作は以下のようである。

- 交叉：一様交叉を採り交叉時に2次元マスクをかけてそれによってどちらの親の遺伝子を受け継ぐかを決定する。親はランダムで決定する。
- 突然変異：遺伝子を一定の確率で強制的に変化させる。
- 選択および増殖：集団中で最も適合度の高い個体をそのまま次世代に残すエリート保存戦略を採る。

### 3.3 適合度の計算

本研究へおける GA と通常の単一目的ナップザック問題の GA との根本的な違いは、適合度の評価にある。目的関数の数に応じて、それぞれの適合度のバランスを考慮するようなパレート局面の中間にあるパレート最適解を再生するようなファジィ if-then ルールを利用する適合度の評価を行なう。ファジィ推論は、目的関数に等しい数の各適合度から総合適合度を計算する。

各目的関数の適合度の計算は、次のように行なう。上記の遺伝子コーディングでは、遺伝的操作を施された後に制約条件を満たさない個体が生成する可能性がある。この場合、ペナルティとして致死遺伝子とする。制約条件を満たす場合、世代  $t$  における目的関数  $z_i(t)$  の上限推定値  $z_i^U(t)$  を用いて、それぞれの目的関数  $z_i$  に対する適合度  $Z_i$  を次式で計算する。

$$Z_i = \frac{z_i^U(t) - z_i}{z_i^U(t)}$$

次に、上式によって規格化されたこれらの適合度 (0.0~1.0) に対して、意思決定者は、あるナップザックの組合せについて「もし  $Z_1$  がちょっと高く、かつ  $Z_2$  が非常に高く、... ならば総合適合度  $UZ$  が比較的 (かなり) 高い」というふうに総合評価できると考えられる。そこで、パレート最適解の集合を抽出するために、表 1 に示すファジィ if-then ルールを作成し、このファジィ推論によって総合評価の適合度を計算する。ここで、扱うファジィラベルは ZO(低い), PS(ちょっと高い), PM(比較的 (かなり) 高い), PB(非常に高い) である。各ラベルのファジィメンバシップ関数の定義を図 1 に示す。

表 1: ファジィメンバシップ関数の定義

$Z_1 \setminus Z_2$	ZO	PS	PM	PB
ZO	ZO	PS	PM	PB
PS	PS	PS	PM	NB
PM	PM	PM	PM	PB
PB	PB	PB	PB	PB

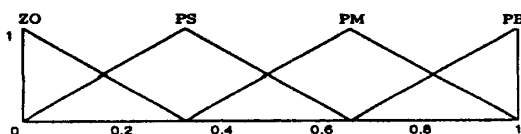


図 1: ファジィメンバシップ関数の定義

### 4 数値実験とその考察

15 変数 (荷物) の 2 目的ナップザック問題を取り上げ、GA のパラメータを個体群サイズ 100、交叉率 0.5、突然変異率 0.01、世代 100、と設定してシミュレーションを行なった結果を図 2 に示す。図には、目的関数空間での実行可能領域および最終世代での個体の分布を示してある。図 2 より、ファジィ if-then ルールに基づくファジィ推論を用いる総合評価の適合度により、パレート最適解の集合を形成する遺伝子の再生が巧く行なわれるがわかる。

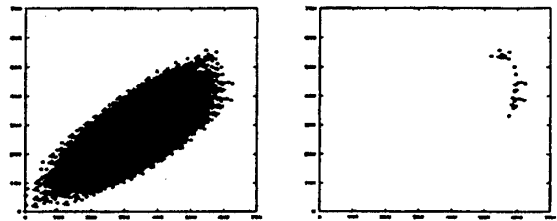


図 2: シミュレーション結果

### 5 むすび

本研究では、多目的最適化問題への遺伝的アルゴリズムの応用について、ファジィ推論に基づく新たな適合度の評価手法を提案した。この手法の目的とするところは、多目的最適化問題におけるパレート最適解の集合を直接的に求めると同時に、ファジィルールの同定いわゆる意思決定者の自己選好構造によって意思決定者の選好を反映させる妥協解を求めることである。

しかしながら、この手法があらゆるパレート局面をもつ多目的最適化問題に有効であるかどうかは確認できない。逆に言えば、ある問題のパレート局面の特徴が分からなければファジィルールは構成しにくい。また、意思決定者の妥協解が求めることができてもパレート最適解の集合が得られなくなる場合があり得る。これらに関して、今後追及する予定である。

### 参考文献

- [1] Horn, J., Nafpliotis, N. and Goldberg, D.E.: A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization, *Proc. of the first IEEE Conference on Evolutionary Computation*, 8287, 1994.
- [2] 玉置 久: 「遺伝的アルゴリズムと多目的最適化」, 北野 宏明編 [遺伝的アルゴリズム], 産業図書, pp71-87, 1995