未定乗数法を用いた重み付き仮説推論の効率的解法

1D－6

杉田 透 ・ 蔡 東風 ・ 石塚 満
東京大学 工学部 電子情報工学科

1 はじめに

仮説推論は，真か偽か不明な事柄をとりあえず真と考えて（仮説を立てて）推論を進め，矛盾なくうまく問題が解決できれば（ゴールに到達すれば）立てた仮説は正しかったと考えるという形式の推論である．知識ベースに不完全な知識を含むことができるため，知識ベースの能力や汎用性が高まり，診断・設計といった実用的な問題にも応用することが可能である．

しかし仮説推論では，知識ベースの仮説間の矛盾チェックについて問題規模に対し最悪で指数オーダの時間がかかるため，推論速度の低下が問題となる．推論時間の短縮法としてはこれまでに冗長計算の回避による効率化，近似解法による計算時間の短縮等の方法が提案されてきた[1]．なおここで準最適解というのは，ゴールを無矛盾で導く要素仮説の重みの和が必ずしも (最小) 最適ではないということである．また知識ベースは，真であることがわかっている背景知識と真偽が不明で互いに矛盾の可能性のある知識からなり，背景知識はホーン節集合で与えられる。これは以降の議論で共通のものとする．

2 非線形計画問題への置き換え

SAT 問題を非線形計画問題に置き換える手法としては，Gu [2]によって提案されたものなどがあるが，この変換法は連続空間での探索を前提としている．本研究では，未定乗数法を用いて得られた多次元連立方程式を，各変数の値が 0,1 であることを利用して GSAT によって探索を行うので，以下のようなシンプルな置き換えを用いている．

- AND 節 $(a = b \wedge c)$ ： $a - bc = 0$
- OR 節 $(a = b \vee c)$ ： $a + bc - b - c = 0$

(true=1 , false=0)

An efficient solution method of cost-based hypothetical reasoning
by applying Lagrange's undecided multiplier method
Toru Sugita, DongFeng Cai, Mitsuru Ishizuka
Dept. of Information and Communication Engineering,
Faculty of Engineering, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113, JAPAN

このように各命題論理式を制約条件式に置き換える．すべての制約条件式を充足する 0-1 整数解のうち，1 となる要素仮説の組が一つの解仮説となる．

3 未定乗数法を用いた準最適化

重み付き仮説推論の最適解を求めるためには，前章のようにして得られた制約条件の下でのコスト（解仮説に含まれる要素仮説の重みの和）の最小化を行なえば良いことになる．

そこで，制約条件付き極小化問題の解法である Lagrange の未定乗数法を用いることにする．未定乗数法を用いて複数個の極小値や停留値などがすべて求められれば，これらの解の中から最小値を見つければ良いことになる．

4 GSAT による探索

未定乗数法を用いて得られた連立方程式を，各変数の値が 0,1 であることを利用して，制約充足問題の探索法である GSAT [3]により解を求める．

4.1 GSAT のアルゴリズム

1. 各変数に任意の初期値（0,1）を割り当てる．
2. 真となる節を最も増やすようなある 1 つの変数について値を変更（flip）する．
   …最大 MAX-FLIPS 回
3. MAX-FLIPS 回で解を見い出せなければ，別の初期値へ移動してやりなおす．
   …最大 MAX-TRIES 回

以上が，Basic GSAT のアルゴリズムである．さらに節への重みを導入した拡張なども提案されている．本研究では，この重みを導入した GSAT with Weights を用いる．

4.2 GSAT で準最適解を求めるための手法

未定乗数法を用いると複数個の極小解が得られ，その中に最適解が存在するのであるが，GSAT で探索を行うと単解しか求めることができない．つまり，GSAT で得られた解は極小解（冗長でない解仮説の組）であり，最適解であることは保証されない．

そこで，GSAT で最適解を求めるために以下のような手法を用いる．[4]

1. まず1つの極小解を求める．
2. 求められた極小解のコストを計算し，新しい解のコストがこのコスト以下となるような条件式を付け加える．
3. 新たな極小解が求まるたびに条件式を書き換える．
4. TOTAL-TRIES 回（各極小解が求まるまでの tries の合計）で探索を終了し，その時点で求まっている極小解を（準）最適解とする．

このように，解が求まるたびごとに，さらにコストの小さい解を求めていく．ただしこの手法では，探索が終了した時点での解が最適解であることが必ずしも保証されない．

5 本研究の手法による準最適解探索の実行例

本研究の準最適解探索の手法を以下にまとめる．

1. 仮説推論の命題論理式を制約条件式に置き換える．
2. 未定乗数法を適用し，連立方程式を得る．
3. GSAT with Weights により探索を行い，1つの極小解を求める．
4. コストに関する制約条件式を連立方程式に加え，さらにコストの小さい極小解を求めていく．
5. TOTAL-TRIES 回（各極小解が求まるまでの tries の合計）で探索を終了し，その時点で求まっている極小解を準最適解とする．

GSAT を用いた準最適解探索の方法としては，未定乗数法を用いずに，つまり上記の 3〜5 のみを行う方法もある．ただし，順次求まっていく解は，極小解ではなく単なる単解である．

そこで，GSAT のみを用いた方法と，本研究で用いている 未定乗数法＋ GSAT との比較を，ある例題（ルール数33，ノード数59（要素仮説30），最適解17）での実行例で示す．

TOTAL-TRIES を 10,50,100 に設定し，その時点で求まっている解のコストを示している．ただし，GSAT では，ランダムに設定する初期値の影響により，解が求まるまでの tries にばらつきがでるため，乱数系列を変えて複数回実験を行い，その平均をとっている．

	TOTAL-TRIES		
	10	50	100
GSAT のみ	33.0	28.8	26.8
未定乗数法 + GSAT	20.4	18.6	17.8

この実行例から分かるように，未定乗数法を用いてから GSAT で探索を行った方が，解の範囲が予め極小解（冗長でない解仮説の組）に限られているため，同じ tries の探索で，より小さいコストの準最適解が求められる．

本研究の手法では，順次極小値が求められ残りの解の範囲が狭められるにつれ，解が見つかりにくくなってくる．このため，TOTAL-TRIES（あるいは探索時間）を長めに設定して，より小さいコストの準最適解を求めようとするよりは，早めに探索を終了させる方が適していると言えるであろう．

6 おわりに

未定乗数法を用いた，仮説推論の準最適解計算手法を示した．本手法では，従来の非線形空間での探索や制約充足問題での探索に比べ，効率的に準最適解が得られる．今後は，探索での初期値の与え方を効率的なものにし，また，GSAT 以外の探索法なども取り入れていきたいと考えている．

参 考 文 献

1) 石塚: 仮説推論の計算量と高速化メカニズム，人工知能学会誌，Vol.9, No.3, pp.342-349 (1994)

2) J.Gu: Local Search for Satisfiability (SAT) Problem, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, Vol.23, No.4, pp.1108-1129 (1993)

3) B.Selman and H.Kautz: Domain-Independent Extensions to GSAT:Solving Large Structured Satisfiability Problems, IJCAI93, Vol.1, pp.290-295 (1993)

4) 丸山他: 制約違反の十分条件を用いた組合せ制約充足/最適化，情報処理学会論文誌，Vol.33, No.5, pp.585-594 (1992)