

バイナリニューラルネットワークによる輸送問題の解法

5 E - 9

上久保 浩

黒川 恭一

防衛大学校情報工学教室

1. はじめに

出力値として2値状態をとるバイナリニューロン[1]を用いた相互結合型ニューラルネットワークによる種々の組み合わせ問題の解法が多数提案されている[2]。本稿において扱う輸送問題[3]についても、文献[4]において、輸送量を多数のバイナリニューロンで表現するネットワークを提案している。しかし、この解法においては、輸送量の増加に伴いニューロン数が線形に増加するという問題点がある。この問題点は、輸送問題用として既に提案されている文献[5]等の方法においても問題となるものである。そこで、筆者らは文献[6]において、この輸送問題に対し、上記の問題点解決の1手法として、ニューロンを輸送量の変化に対応させるバイナリニューラルネットワークを提案し、ごく小規模の問題に対して、解が求められることを確認している。本稿においては、提案されたニューラルネットワークの諸特性をより詳細に測定し、100×100程度のサイズまでの問題に対して、この解法の有効性を検証した結果を報告する。

2. 輸送問題

本稿で扱う輸送問題(Hitchcock型の輸送問題[3])は、以下のように定式化される。

$$\text{Minimize : } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{subject to : } \sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i, \sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m \quad j = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

m : 供給地数, n : 需要地数

s_i : 供給量, d_j : 需要量, x_{ij} : 輸送量, c_{ij} : 輸送コスト

3. ニューラルネットワークによる輸送問題の解法

3.1. ニューラルネットワーク表現

文献[6]で提案された解法においては、 $m \times n$ 個のバイナリニューロンペア(以下、BNPと略記)を2次元に配置したバイナリニューロンペアアレイ(以下、BNPAと略記)を用いる。ここでBNPは、2つのバイナリニューロン BN^+ と BN^- を対にしたものであり、これらの出力を輸送量の変化に対応させる。具体的には、図1に示すような輸送量を増加させる方向に働くバイナリニューロン BN^+ と減少させる方向に働くバイナリニューロン BN^- である。カウンタに輸送量 x_{ij} を保持させ、これを BN^+

と BN^- の発火によりアップあるいはダウンカウントさせるものである。そのため、 BN^+ 、 BN^- の出力 V_{ij}^+ 、 V_{ij}^- と輸送量 x_{ij} の変化量 dx_{ij} との関係は、以下の様になる。

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + dx_{ij} \quad (4)$$

$$dx_{ij} = \begin{cases} 1 & (V_{ij}^+ = 1, V_{ij}^- = 0) \\ 0 & (V_{ij}^+ = V_{ij}^-) \\ -1 & (V_{ij}^+ = 0, V_{ij}^- = 1) \end{cases} \quad (5)$$

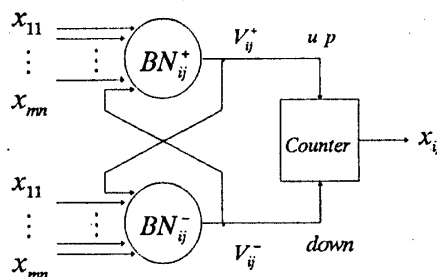


図1:BNPの概念図

3.2. 入出力関数及び動作式

本解法においては、バイナリニューロンを用いたが、その入出力関数は以下の様になっている。

$$V_{ij}^+ = \begin{cases} 1 & U_{ij}^+ > 0 \\ 0 & U_{ij}^+ \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$V_{ij}^- = \begin{cases} 1 & U_{ij}^- > 0 \\ 0 & U_{ij}^- \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

また、動作式は以下のようになる。

$$\frac{dU_{ij}^+}{dt} = A \left\{ \left(s_i - \sum_{l=1}^n x_{il} \right) + \left(d_j - \sum_{k=1}^m x_{kj} \right) \right\} + B(c_{max} - c_{ij}) + C \left\{ \left(\sum_{l=1}^n (c_{il} - c_{ij}) \right) + \left(\sum_{k=1}^m (c_{kj} - c_{ij}) \right) \right\} - DV_{ij}^- \quad (8)$$

$$\frac{dU_{ij}^-}{dt} = A \left\{ \left(\sum_{l=1}^n x_{il} - s_i \right) + \left(\sum_{k=1}^m x_{kj} - d_j \right) \right\} + B(c_{ij} - c_{min}) + C \left\{ \left(\sum_{l=1}^n (c_{ij} - c_{il}) \right) + \left(\sum_{k=1}^m (c_{ij} - c_{kj}) \right) \right\} - DV_{ij}^+ \quad (9)$$

但し $x_{ij} \geq 0$

$c_{max} = \max\{c_{ij}\}$, $c_{min} = \min\{c_{ij}\}$ である。

Solution of Transportation Problem Using A Binary Neural Network

Hiroshi Kamikubo, Takakazu Kurokawa

Department of Computer Science, National Defense Academy

1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka, Kanagawa 239, Japan

式(8)がBN⁺の動作式である。第1項は供給量、需要量に満たなければ発火、超過していれば未発火にさせる項である。第2項はコストの低いものを発火させる興奮性の項である。第3項は同一供給地、及び同一需要地で、他よりコストが低ければ発火させる興奮性の項である。第4項は、BN⁻が発火していれば、自身を未発火にする抑制性の項である。

一方、式(9)がBN⁻の動作式であり、この式は式(8)と対称的に働く。

4. 並列アルゴリズム

上記の動作式でのシミュレーションでは、以下のアルゴリズムに従った。尚、動作式の近似には、1次のオイラー法を用いた。

Step1: $t := 0$

Step2: $U_{ij}^+(0), U_{ij}^-(0)$ を $-U_0 \leq U_{ij}(0) \leq 0$ の間の任意の値に初期化。

Step3: $V_{ij}^+(0), V_{ij}^-(0) = 0$ に初期化。

Step4: $x_{ij}(0) = 0$ とする。

Step5: $t := t + 1$

Step6: $U_{ij}^+(t), U_{ij}^-(t)$ を式(8),(9)により更新。

Step7: $V_{ij}^+(t), V_{ij}^-(t)$ を式(6),(7)により更新。

Step8: 全ての $V_{ij}^+(t), V_{ij}^-(t)$ に変化が無く、かつ、 $X_{ij}(t)$ が解としての条件を満たしていれば解が求められたとして終了。

Step9: $t = T$ (T は事前に設定) ならば打ち切り。

Step10: 8,9以外であれば、Step5へ戻る。

尚、Step5~Step10までを1回の繰り返しとし、初期化からStep8で終了もしくは、Step9で打ち切り迄を1回の試行とする。

以下では、Step5からStep10までのニューロンの更新順序が

1. 更新順序一定
2. 更新順序を繰り返し毎変更

の2通りについて、シミュレーションを行った結果を示す。

5. シミュレーション結果

5.1. 繰り返し回数と収束率の分布

$0 \leq c_{ij} \leq 20, 0 \leq s_i, d_j \leq 40$ の範囲でランダムに例題を作成し、提案されたニューラルネットワークの繰り返し回数と収束率(全試行に対する解に収束した試行の数)の分布を測定した。例として、 $m = 20, n = 20$ のサイズにおける分布を示す(図2、実線)。ここで、動作式の各係数は、 $A = 10000, B = 7, C = 6, D = 1$ である。また、このシミュレーションにおける平均繰り返し回数 $\sigma = 619097$ 、繰り返し回数 x として、 $1 - e^{-\frac{1}{\sigma}x}$ のグラフを示す(図2、点線)。両者は、ほぼ一致している。他のサイズについても同様の結果が得られた。本ニューラルネットワークの収束に要する繰り返し回数は指数分布に従うと考えられる。一方、問題サイズの増加に伴い、平均繰り返し回数は増加し、最適解の出現度数は減少する傾向が見られた。

5.2. ニューロンの更新順序による変化

ニューロンの更新順序を固定及び繰り返し毎に変更した場合の最適解の出現度数の変化を測定した。例として、 $m = 15, n = 15$ のサイズにおける、係数 B, C の変化による最適解の出現度数の分布を示す(図3)。ニューロンの更新順序を固定したものは、繰り返し毎に変化させた場合に比べ、最適解の出現度数が高いことがわかる。他のサイズのものについても同様の傾向が見られた。

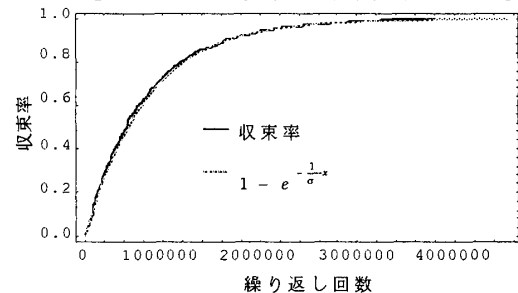


図2: 繰り返し回数と収束率の分布

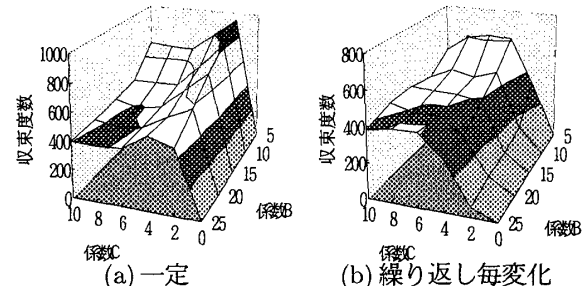


図3: 更新順序による最適解の出現度数

6. むすび

本稿では、輸送問題の一解法としてバイナリニューロンを輸送量の変化に対応させる方式を提案し、その諸特性を測定した。提案されたニューラルネットワークでは、収束に要する繰り返し回数はおおよそ指数分布に従った。また、アルゴリズムにおいて、ニューロンの更新順序を一定にすることにより、繰り返し毎に変更した場合に比べ、最適解の出現度数が高くなることが確認された。

参考文献

- [1] McCulloch and Pitts: "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", Bulletin of Mathematics and Biophysics, 5(1943).
- [2] Y. Takefuji: "Neural Network Parallel Computing", Kluwer Academic Publishers(1992).
- [3] 伊理正夫: "線形計画法", 共立出版(1986).
- [4] 土村, 狐塚, 黒川, "バイナリニューロンによるニューラルネットワークを用いた輸送問題の並列解法", 1992年電子情報通信学会春季大会, pp.6-42(1992).
- [5] M. Takeda and J.W. Goodman: "Neural networks for computation: number representations and programming complexity", Appl. Opt. 25, pp.3033-3046(Sep. 1986).
- [6] 上久保, 黒川, "バイナリニューラルネットワークによる多値情報処理", 情報処理学会第51回全国大会, pp.2-23(1995).