領域分割法による最適化問題の近似解法

3U－2

小林　寛　　松葉　育雄
千葉大学大学院工学研究科

1　はじめに

組合せ最適化問題に対するニューラルネットワークによるアプローチとしてシミュレーテッドアニーリング(Simulated Annealing, SA)法[1][2]が知られている。本稿では、ＳＡ法の分割化を考えることで計算時間を短縮し、かつＳＡ法並みの最適化能力をそなえることを目的としたOverlap SA法を提案し、その有効性を巡回セールスマン問題を例に検証する。なお、ここでは二つの領域に分割した場合を例にとるが、一般にはn分割として拡張できる。

2　Overlap SA法

まずOverlap SA法の概念の中心は、

- 領域分割[3]
- 重なり

である。領域分割とは、最小化すべき評価関数を

$$E(x_i) = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^{N} x_i I_i \qquad (1)$$

とすると、状態変数x_iを半分ずつ二つのグループに分け、一方のグループにのみＳＡ法による状態変更を行い、もう一方はその間固定しておき、それをある一定の周期で交互に繰り返すというものである。これにより並列計算機などを用いれば各グループごとの計算が可能になる。しかし、このままでは二つのグループが完全に分かれているため、グループ間の状態変数につながりがなく、全体的な解としては通常のＳＡ法により得られる解ほどの水準まで達しないと考えられる。

そこで、この点をカバーするために二つのグループに重なりを持たせることを考える（図１）。そして、重なり部として二つに分割したグループ間でW_{ij}の大きい順にx_i, x_jを選ぶことにする。これは、よりつながりの強い状態変数どうしを重なりに選ぶことで、分割による影響を軽減できるであろうという考えによるものである。さらに計算途中で状態変更を行うグループと固定されるグループの重なり部の状態変数どうしはその値が異なるので、以下のような項を評価関数に加える。

$$\frac{D}{overlap}\sum_{i}^{overlap}(x_i^A - x_i^B)^2 \qquad (2)$$

これにより評価関数を最小化する過程で、式(2)の項が０に近づき重なり部に含まれる各グループの状態変数を近づけることができる。ここでDは正の定数で、この項に対するペナルティであり、$overlap$は重なり部分に含まれる状態変数の個数である。

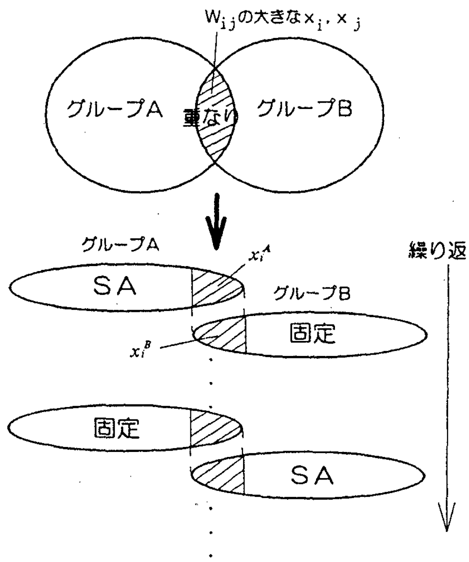

図１　Overlap SA法の概念図(n=2の場合)

3　巡回セールスマン問題への適用

3.1　巡回セールスマン問題

次に巡回セールスマン問題(Traveling Selesman

Approximate Solution to Optimization Problems Using Domain Decomposition Method

Hiroshi Kobayashi and Ikuo Matsuba
Graduate School of Engineering ,Chiba University
1-33 Yayoi-tyou,Inage-ku,Chiba-shi,Chiba 263,Japan

Probrem, T S P) に対して Overlap SA 法を適用する。T S P とは、与えられた都市を一度だけ通り、出発都市に一巡して戻る経路の全長を最小にする巡回順番を見つけ出すものであり、都市数の増加と共に組合わせ爆発を起こす典型的な組合せ最適化問題の一つである。都市数 N の時、エネルギー関数としては以下の式を考える[4]。

$$E=\sum_{Xi}^{N}\sum_{Yj}^{N}W_{XiYj}x_{Xi}x_{Yj}+\sum_{Xi}^{N}b_{Xi}x_{Xi}+C \tag{3}$$

$$W_{XiYj}=A(1-\delta_{XY})\delta_{ij}+B(1-\delta_{ij})\delta_{XY}+d_{XY}(\delta_{i,j-1}+\delta_{i,j+1})$$

$$b_{Xi}=-(A+B), C=(A+B)N$$

ここで、x_{Xi} は都市 X を i 番目に通るか否かで 1, 0 を与える。

3.2 シミュレーション結果（T S P）

式(3)のもとで S A 法と Overlap SA 法によりシミュレーションを行った。Overlap SA 法に関しては式(3)に式(2)の項を付け加えた。以下に示す図 2 は 50 通りの都市配置を考え、S A 法と Overlap SA 法により得られた 50 都市の巡回距離の平均をプロットしたものであり、横軸には重なり数をとっているので、重なりを持たない通常の S A 法に関しては常に一定値である。

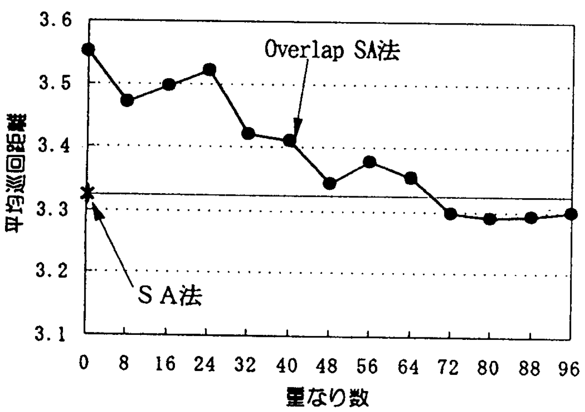

図 2　50 通りの都市配置に対する平均巡回距離

なお、都市の配置は座標を 0 から 1 までに規格化してランダムに与え、各パラメータは次の通りである。

都市数 $N=10$、繰り返し数 $t=2000$

初期温度 $T_0=10$、$A=3, B=4$、$D=100$

状態変数 x_{Xi} は $(N\times N)$ 個の要素を持つので、この場合重なり数の最大値は 100 である。

図 2 を見ると、Overlap SA 法の重なり数を大きくすると S A 法により得られる巡回距離に近づき、重なり数 72 で S A 法による巡回距離を下回っていることがわかる。そして Overlap SA 法の目的からいって、重なり数がある程度小さくても S A 法に近い値が得られているのでその分計算時間は少なくてすむ、という点は評価できると考える。

4 おわりに

本稿では、S A 法に領域分割の概念を取り入れた Overlap SA 法を紹介した。本手法は完全に分割するのではなく重なりを考えることで各領域間のつながりを保ち、T S P において短時間で通常の S A 法並みの解を得ることができることを示した。また、各領域を別々に計算できるようにすることで、将来的には並列計算機にも対応できると考える。また本稿では二つに分割するにとどまったが、さらに分割を多くした場合はどうか、あるいは分割する段階で W_{ij} の大きさを考慮した分割のしかたをした場合について等、今後の課題である。

参考文献

[1] Kirkpatrick, C.D.Gellant Jr, and M.P.Vecchi: Optimization by Simulated Annealing,Science 220,671 (1983)

[2] 松葉育雄「ニューラルシステムによる情報処理」,昭晃堂 (1993)

[3] 森 渕田 前田 宮島 村島 「コホーネンネットを利用した巡回セールスマン問題の分割統治法」電子情報通信学会 信学技報, pp39-46(1995-10)

[4] 上坂吉則「ニューロコンピューティングの数学的基礎」,近代科学社 (1993)