しきい値を用いたファジィPrologの開発

4L－10

近藤 智紀　高木 昇　中島 恭一
富山県立大学 工学部

1 はじめに

論理プログラミングの研究で最も重要かつ実用上の成果の一つは，言語 Prolog である [1]．ファジィ理論は広く応用されているにも関わらず，ファジィPrologはこれといった決め手がなくファジィ理論の各分野のなかでも出遅れているものの一つである．そのなかで,Prolog にファジィ論理を導入し，ファジィProlog へと拡張する研究は広く行われて来た [2],[3]． 本文では,$0<z<u<1$ なる実数値をしきい値として用いて論理プログラミングをファジィ論理プログラミングへと拡張する．またこのファジィ論理プログラミングを数学的基礎として作成したファジィPrologについても述べる．

2 基本定義

本節では，本文で必要な定義を示す．

$A, B_i(i=1,\ldots,n)$ を述語とする．確定節とは，次の形をした閉論理式である。$A \leftarrow B_1,\ldots,B_n$ ここで，A は頭部，$B_1,\ldots,B_n$は本体という．特に $n=0$ で，頭部のみからなるような確定節 $A\leftarrow$を単位節、頭部が定数 0 であるような確定節 $0\leftarrow B_1,\ldots,B_n$をゴール節，単位節とゴール節以外の確定節をプログラム節と言う．なお，ゴール節の定数 0 は簡略化のために以後省略する。本体を持たないゴール節を空節といいϕで表す．

プログラム節と単位節の有限集合を論理プログラミングあるいは，節集合という．

定義 1 Iを解釈，A を変数割当とすると，ファジィ論理における Iと A についての論理式αの真理値$/\alpha/$とは次のようにして定まる閉区間 [0,1] の *1* つの値である。

1. 述語 $p(t_1,\ldots,t_n)$ について，Iと A に基づく項割当を行った述語 $p'(t'_1,\ldots,t'_n)$ に割り当てられる [0,1] の値．

2. 論理式α、βに対して，

$$
\begin{aligned}
/\alpha\vee\beta/ &= \max(\alpha,\beta)\\
/\alpha\wedge\beta/ &= \min(\alpha,\beta)\\
/\alpha\leftarrow\beta/ &= (u\wedge(\alpha\Leftarrow\beta))\vee z\\
/\alpha\Leftarrow\beta/ &= \begin{cases}1 & if\ /\alpha/\geq/\beta/\\ 0 & otherwise\end{cases}\\
/\neg\alpha/ &= /0\Leftarrow\alpha/
\end{aligned}
$$

但し,$0<z<u<1$

3. 限定子$\forall$について，

$$/\forall\alpha(x)/=\inf_x/\alpha(x)/$$

Sを節集合 $\{C_1,\ldots,C_n\}$ とする．解釈 Iにおいて，$/S/=/C_1\wedge\cdots C_n/\geq u$ であるとき，Iは Sを充足するといい Sは充足可能であるという．また，そのような解釈が存在しないとき，Sは充足不可能であるという．

Sを節集合とし，αを閉論理式とする．全ての解釈 I に対して，Iが S を充足するときαもまた充足するならば，αは Sの論理的帰結であるといい $S\models\alpha$で表す．

3 SLD 導出

本節では，効率良く機械的に働く証明手続きであるSLD 導出を拡張した証明手続きを導入する．SLD 導出とは，確定節の選択関数付きの線形導出を示している．

ゴール節を $G=\leftarrow A_1,\ldots,A_k$入力節を $C=A\leftarrow B_1,\ldots,B_q$ とする．このとき，A_1と A の最汎単一化子θ，すなわち，$A_1\theta=A\theta$となる。代入があるとき，論理式 $R(G,C)=(\leftarrow B_1,\ldots,B_q,A_2,\ldots,A_k)\theta$ をリテラル A をキーワードとするゴール節 G の入力節 Cに対する導出形という．

定理 1 ゴール節Gの入力節Cに対する導出形$R(G,C)$は節集合 $\{G,C\}$ の論理的帰結である．

節 G の節集合 $S=\{C_1,\ldots,C_n\}$ に対する．導出集合とは，Sの全ての導出可能な節との導出形からなる有

A development of Fuzzy Prolog with Thresholds
Tomonori Kondou, Takagi Noboru, Nakashima Kyoichi
Toyama Prefectural University,
Kosugi, Toyama, 939-03, Japan

限集合である. $R(G,S)=\{R(G,C)|C\in S\}$ 節 G と節集合 $S=\{C_1,\ldots,C_n\}$ からの n 次導出集合 $R^n(G,S)$ とは, 次式で定められる節集合である.

$$\begin{aligned} R^0(G,S) &= S \\ R^n(G,S) &= \{R(G_i,S)|G_i\in R^{n-1}(G,S)\} \end{aligned}$$

ゴール節 G の節集合 Sに対する n 次導出集合 $R^n(G,S)$ に空節 (ϕ) が含まれているとき, またそのときに限って, Sに G からの反駁があるといい n を反駁の長さという.

論理式αに対応するゴール節 $G=\leftarrow\alpha$から Sに反駁があるとき, またそのときに限って, 反駁に使われた最汎単一化子の列を$\theta_1,\ldots,\theta_n$とすると$\alpha\theta_1\cdots\theta_n$は Sのもとで証明があるといい $S\vdash\alpha$とあらわす.

健全性とは, 論理式αがその証明手続きで導かれたならば必ず意味のある推論結果になることを保証する性質である.

定理 2 (SLD 導出の健全性) 節集合を S, ゴール節を $G=\leftarrow A_1,\ldots,A_k$とすると, G の Sに対する反駁が存在するならば, 反駁に用いられた最汎単一化子の列を $\theta_1,\ldots,\theta_n$とすると, 節

$$\forall(A_1,\ldots,A_k)\theta_1\cdots\theta_n$$

は Sの論理的帰結である。

完全性とは,SLD 導出により証明される節と, 節集合の論理的帰結とが同値となる性質である.

定理 3 (SLD 導出の完全性) 節 $\forall(A_1,\cdots,A_n)\theta$が節集合 Sの論理的帰結ならば, 対応するゴール節 $G=\leftarrow(A_1,\cdots,A_n)$ からの反駁がある.

4 ファジィProlog

本研究では, 以上のファジィ論理プログラミングを数学的基礎とするファジィProlog インタプリタを開発した.

通常は prompt として | が表示され, このときは節がデータベースに登録される.

例 1

| *like(ken,mery).* > 0.7

| *eat(ken,meat).*

| *man(X) : −die(X).*

ここで,>の右の数値はその節の真理値で, 省略した場合は 1.0 となり, 各々/*like(ken,mery)*/ = 0.7, /*eat(ken,meat)*/ = 1.0, /*man(X) : −die(X)*/ = 1.0 を意味いている. また, ゴール節は

例 2

| ? − *like(ken,mery).* > 0.6

| ? − *eat(ken,X).* > 0.9

のように入力し,>の右の数値は導出におけるしきい値 u を表しており, 最初のゴール節はデータベースに 0.6 以上の真理値を持つ節 *like(ken,mery)* が登録されているか否かを意味しており, 登録されている場合はシステムは yes を返す. 2 番目のゴール節に対しては, 質問の条件を満たす解が存在するときにはシステムは例えば,$X=meat$ のように解を出力し, 条件を満たすものが存在しないときは, no を返す.

5 むすび

しきい値を用いたファジィProlog の論理的基礎となるファジィ論理プログラミングの SLD-導出の健全性および完全性を示した. また Work Station 上で C 言語で製作したファジィProlog についても述べた. 現在のシステムでは, ファジィ集合を扱うことが出来ないので, 今後はファジィ集合を扱えるように改良をしていくつもりである.

参考文献

[1] J. W. ロイド:論理プログラミングの基礎. 産業図書. (1987).

[2] Z. Shen, L. Ding, and M. Mukaidono:"Fuzzy resolution principle". *Proc. 18th International Symposium on Multiple-Valued Logic*, pp. 210-215, (1988).

[3] 菊地, 向殿:" ファジィ論理プログラミングの線形導出", 日本ファジィ学会誌, Vol. 6, No. 2, pp. 294-303, (1994).