

3K-3

バイナリニューラルネットワークによる多値情報処理

上久保 浩 黒川 恭一

防衛大学校情報工学教室

1. はじめに

出力値として2値状態をとるバイナリニューロン[1]を用いた相互結合型ニューラルネットワークによる種々の組み合わせ問題の解法が多数提案されている[2]。本稿において扱う輸送問題[3]についても、土村等が1つのバイナリニューロンを単位輸送量に対応させるネットワークを提案している[4]。しかし、この解法においては、輸送量の増加に伴いニューロン数が線形に増加するという問題点がある。本稿においては、この輸送問題に対し、上記の問題点解決の1手法として、多値化されたバイナリニューラルネットワークを提案し、その有効性を検証する。

2. 輸送問題の概要

輸送問題には、制約条件の種類により様々な型が有るが、本稿で扱う問題は、Hitchcock型の輸送問題と呼ばれるものである。これは、ORの分野で良く知られており、以下のように定義される。

1. ある商品に関して、 $m$ 個の供給地  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) と、 $n$ 個の需要地  $D_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) があり、 $S_i$  での供給量は  $s_i$ 、 $D_j$  での需要量は  $d_j$  とする(図1)。但し、総供給量と総需要量は等しい。

$$\sum_{i=1}^m s_i = \sum_{j=1}^n d_j \tag{1}$$

2. また、供給地  $S_i$  から需要地  $D_j$  への輸送量  $x_{ij}$  を ( $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ )、商品一個当たりの輸送コスト  $c_{ij}$  を ( $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ ) とする。
3. 以上の条件下で、全体の輸送コストを最小にする。

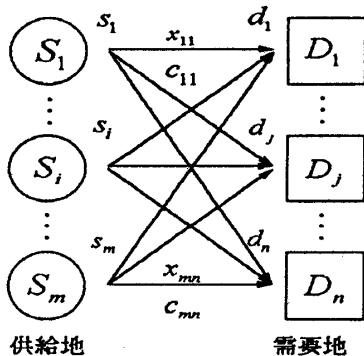


図1:輸送問題

Multivalued Processing Using A Binary Neural Network  
 Hiroshi Kamikubo, Takakazu Kurokawa  
 Department of Computer Science, National Defense Academy  
 1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka, Kanagawa 239, Japan

この問題は一般に、

$$\text{制約条件} : \sum_{j=1}^n x_{ij} = s_i, \sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \tag{2}$$

のもとで、

$$\text{目的関数} : C = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \tag{3}$$

を最小にする線形計画問題として定式化される。

3. ニューラルネットワークによる輸送問題の解法

3.1. 輸送問題のニューラルネットワーク表現

文献[4]の解法では、各バイナリニューロンが1単位の輸送量に対応している。そのため、1つの供給地から、1つの需要地への輸送量の考えられる最大値  $x_{max}$  は、

$$x_{max} = \min\{\max\{s_i\}, \max\{d_j\}\} \tag{4}$$

となり、この問題を表現するためには、 $m \times n \times x_{max}$  個のバイナリニューロンより成る3次元のバイナリニューロンレイが必要になる。

本稿で提案する解法においては、バイナリニューロンペア(以下、BNPと略記)を2次元に配置した  $m \times n$  個のバイナリニューロンより成るバイナリニューロンペアレイ(以下、BNPAと略記)を用いる。ここでBNPは、2つのバイナリニューロン  $BN^+$  と  $BN^-$  を対にしたものであり、これらの出力を輸送量の変化に対応させる。具体的には、図2に示すような輸送量を増加させる方向に働くバイナリニューロン  $BN^+$  と減少させる方向に働くバイナリニューロン  $BN^-$  である。カウンタに輸送量  $x_{ij}$  を保持させ、これを  $BN^+$  と  $BN^-$  の発火によりアップあるいはダウンカウントさせるものである。そのため、 $BN^+$ 、 $BN^-$  の出力  $V_{ij}^+$ 、 $V_{ij}^-$  と輸送量  $x_{ij}$  の変化量  $dx_{ij}$  との関係は、以下の様になる。

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + dx_{ij} \tag{5}$$

$$dx_{ij} = \begin{cases} 1 & (V_{ij}^+ = 1, V_{ij}^- = 0) \\ 0 & (V_{ij}^+ = V_{ij}^-) \\ -1 & (V_{ij}^+ = 0, V_{ij}^- = 1) \end{cases} \tag{6}$$

これにより、バイナリニューロンの数は、 $m \times n \times 2$  個に抑えられる。

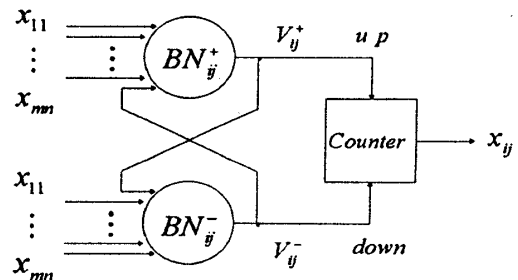


図2:BNPの概念図

3.2. 入出力関数及び動作式

本提案においては、バイナリニューロンを用いたが、その入出力関数は以下の様になっている。

$$V_{ij}^+ = \begin{cases} 1 & U_{ij}^+ > 0 \\ 0 & U_{ij}^+ \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$V_{ij}^- = \begin{cases} 1 & U_{ij}^- > 0 \\ 0 & U_{ij}^- \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

また、動作式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ij}^+}{dt} = & A^+ \left\{ \left( s_i - \sum_{l=1}^n x_{il} \right) + \left( d_j - \sum_{k=1}^m x_{kj} \right) \right\} \\ & + B^+ (c_{max} - c_{ij}) \\ & + C^+ \left\{ \left( \sum_{l=1}^n (c_{il} - c_{ij}) \right) + \left( \sum_{k=1}^m (c_{kj} - c_{ij}) \right) \right\} \\ & - D^+ V_{ij}^- \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ij}^-}{dt} = & A^- \left\{ \left( \sum_{l=1}^n x_{il} - s_i \right) + \left( \sum_{k=1}^m x_{kj} - d_j \right) \right\} \\ & + B^- (c_{ij} - c_{min}) \\ & + C^- \left\{ \left( \sum_{l=1}^n (c_{ij} - c_{il}) \right) + \left( \sum_{k=1}^m (c_{ij} - c_{kj}) \right) \right\} \\ & - D^- V_{ij}^+ \end{aligned} \quad (10)$$

但し  $c_{max} = \max\{c_{ij}\}$ ,  $c_{min} = \min\{c_{ij}\}$  である。

式(9)がBN<sup>+</sup>の動作式である。第1項は供給量、需要量に満たなければ発火、超過していれば未発火にさせる項である。第2項はコストの低いものを発火させる興奮性の項である。第3項は同一供給地、及び同一需要地で、他よりコストが低ければ発火させる興奮性の項である。第4項は、BN<sup>-</sup>が発火していれば、自身を未発火にする抑制性の項である。

一方、式(10)がBN<sup>-</sup>の動作式であり、この式は式(9)と対称的に働く。

4. アルゴリズム

上記の動作式に従ったシミュレーションでは、以下のアルゴリズムに従った。尚、動作式の近似には、1次のオイラー法を用いた。

Step1:  $t := 0$

Step2:  $U_{ij}^+(0), U_{ij}^-(0)$  を  $-U_0 \leq U_{ij}(0) \leq 0$  の間の任意の値に初期化。

Step3:  $V_{ij}^+(0), V_{ij}^-(0) = 0$  に初期化。

Step4:  $x_{ij}(0) = 0$  とする。

Step5:  $t := t + 1$

Step6:  $U_{ij}^+(t), U_{ij}^-(t)$  を式(9),(10)により更新。

Step7:  $V_{ij}^+(t), V_{ij}^-(t)$  を式(7),(8)により更新。

Step8: 全ての  $V_{ij}^+(t), V_{ij}^-(t)$  に変化が無く、かつ、 $X_{ij}(t)$  が解としての条件を満たしていれば解が求められたとして終了。

Step9:  $t = T$  ( $T$ は事前に設定) ならば打ち切り。

Step10: 8,9以外であれば、Step5へ戻る。

5. シミュレーション結果

上記アルゴリズムにより、ソフトウェアシミュレータをワークステーション上に作成した。例として、 $m = 5, n = 5$  のサイズの表1のような輸送問題に関して1000回の試行を行い、正常に動作することが確認された。また、その試行の結果得られた解の輸送コストとその出現度数を、本稿で提案するアルゴリズムによるものと、文献[4]のアルゴリズムによるものとの比較を図3に示す。ここで、本稿で提案するアルゴリズムによるシミュレーションでは、式(9),(10)の各係数はそれぞれ、 $A^+ = A^- = 200, B^+ = B^- = 1, C^+ = C^- = 1, D^+ = D^- = 1$  とした。

図3より、本稿で提案するアルゴリズムは、文献[4]のアルゴリズムに比べ、最適解の出現率が高いことがわかる。

表1: 例題

$c_{ij}$	需要地 $D_j$					$s_i$	
	1	2	3	4	5		
供給地 $S_i$	1	11	15	3	15	1	3
	2	3	1	15	7	8	7
	3	12	4	8	11	13	3
	4	9	4	14	1	12	12
	5	10	14	3	9	1	13
$d_j$	11	14	3	9	1		

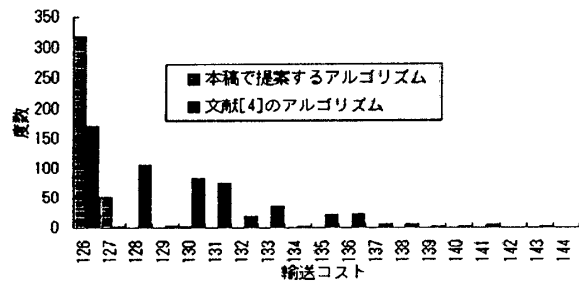


図3: 輸送コストと出現度数

6. むすび

本稿では、多値情報を扱う必要のある問題例として輸送問題を挙げ、その一解法としてバイナリニューロンを輸送量の変化に対応させる方式を提案した。この解法は、ニューラルネットワークによる従来の解法に比べ少ないニューロン数で問題を表現でき、効果的に最適解を求めることができることがわかった。今後、より大きなサイズの問題への適用を図る。

参考文献

[1] McCulloch and Pitts: "A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", Bulletin of Mathematics and Biophysics, 5(1943).  
 [2] Y. Takefuji: "Neural Network Parallel Computing", Kluwer Academic Publishers(1992).  
 [3] 伊理正夫: "線形計画法", 共立出版(1986).  
 [4] 土村, 狐塚, 黒川, "バイナリニューロンによるニューラルネットワークを用いた輸送問題の並列解法", 1992年電子情報通信学会春季大会, pp.6-42(1992).