

あき空間の制約論理による表現と  
packingへの応用

3 T-4

古澤 博文\* 野末 尚次\*\*  
\*首都高速道路公団 \*\*鉄道総合研究所

## 1. はじめに

packing問題は、宅配業務や倉庫の荷物管理など積み上げ問題を扱う分野の中で配置問題の一つとして位置づけられ、効率が良く、また経済的な配置を実現する方法が求められており、さらに、様々な要求に対して対応できるようなシミュレータの開発が望まれている。

物体を配置するとき、あき空間が全く無いように配置できる問題は、単純なバックトラック法で解くことも可能であるが、あき空間が存在するような不完全な packing問題では、配置位置にずれが生じるため位置の自由度が大きくなり、問題を解くことが非常に困難となる。そこで、探索空間の縮小を基本概念とする制約論理に基づいて packing問題を解くことを考えた。本稿では、packing問題に制約論理に基づいた無矛盾性と制約伝播の考察を行うとともに、新しい手法について提案する。また、2次元空間へできるだけ高さが低くなるように正方形を packingする問題へ、いくつかのヒューリスティックを適用しシミュレータの開発を行った。その結果、制約論理による問題縮小の有意性とヒューリスティックによる有効性を確認できた。

## 2. 完全/不完全packing

完全 packingとは、あき空間が全くないように配置できる packingを言い、不完全 packingとはあき空間が存在するような配置を言う。もし、完全 packingが実現できるならば、単純に正方形の面積から最も低い高さをすぐに決めることができる。しかし、実際の packingではあき空間が無いように配置できることは減多にない。そして、このような不

完全packingは、あき空間のため物体を配置する位置にずれを起し、高さの変動も生じる。このため、不完全packingでは、すべての正方形の配置パターン及びあき空間による配置のずれを考慮しなければならない。このため、組み合わせの爆発が起り、探索時間が増大するため、非常に難しい問題となる。

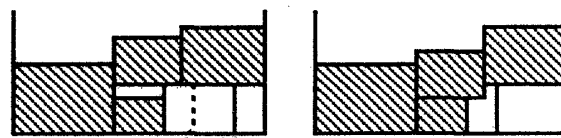


図1 あき空間による配置のずれ

## 3. 制約論理とは

制約論理[1]は、問題を解く前に探索空間の縮小を行い、その後探索を行う「検査-生成法」(test & generate)に基づいており、極力無駄な探索を行わないようにするものである。また、これらを実現する手法として制約伝播 (constraint propagation) や変数のオーダリングがある。制約伝播は、各変数間の整合性を確保することが大切であり、2変数間の整合性をとるものとして、arc-consistencyなどがある。

## 4. 制約論理による定式化

正方形を1つずつ配置することを考えると、すべての探索を行わなければならない。この手法では前述したように組み合わせの爆発が生じる。そこで、筆者らは、水平方向及び垂直方向へ分けて制約論理を適用することを考えた。水平方向は、高さ方向での変形を許した緩和問題として扱い、高さに対する累積値 (累積グラフ) を利用し、arc-consistencyによる制約伝播を行うことで、配置できる範囲を求めることを考えた。

[ 水平方向決定の手法 ]

i番目の正方形を配置するとき、スタート位置 (左下から配置) の最小値を $ES_i$ 、最大値を $LS_i$  とし、

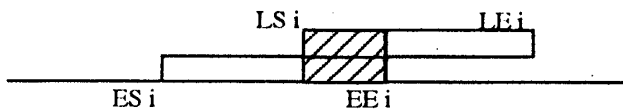


図2 LSi < EEi のとき

ESi, LSiから配置したときの配置終了位置をそれぞれ EEi, LEi とする。ここで、もし LSi < EEi ならば、LSi から EEi 間の範囲は必ず配置されなければならない。そこで、この LSi と EEi の値に注目し、他の正方形の配置位置へ制約伝播を行い、これらの範囲を積み上げることで、高さ方向への累積値を計算し累積グラフ (cumulative graph: 図3) を求め、早い段階でBoundを越えるような配置をfailすることができる。これを繰り返すことで配置可能な水平位置を求めることができる。

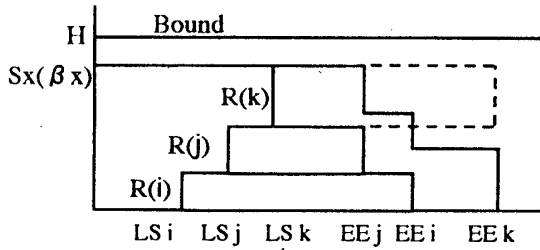


図3 cumulative graph

[ 垂直方向決定の手法 ]

次に、上で求めた水平位置を基にして垂直方向を求める。水平位置の範囲で、重複する部分が存在するならば、それらの正方形は上下関係になっている。そこで、正方形の位置関係をグラフで表すことで、上下関係にある正方形を1つのかたまりであるサブグラフとして扱うことができれば、早い段階で高さをチェックできると考えた。

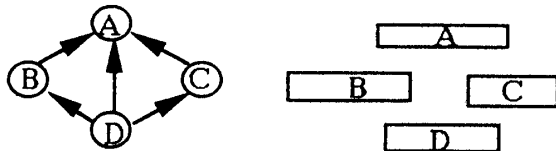


図4 グラフと配置関係

例えば、図4でノード間に arc があるものは上下関係を表しており、任意の arc に対して始頂点になっているノードは最も下に、終頂点になっているノードは最も上に配置されることがわかる。また、これらのグラフ関係がある時は、正方形を積み上げた高さをHG、並列に並ぶ正方形を Rp, Rq とすると、

図4の場合、

$$HG \geq \sum_{j=1}^n R_j + \text{Max} [ R_p, R_q ]$$

と表すことができる。Max[α, β]は、α, βのうち大きい方を選ぶことを表す。

このサブグラフを用いて垂直方向への制約伝播を行うことにより、早い段階で高さを決めることができることがわかる。

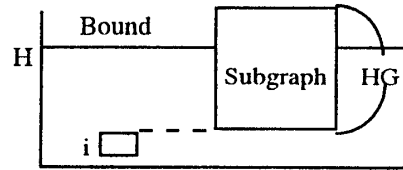


図5 ノード i とSubgraph間の制約

5. packingシミュレータ

packingシミュレータはSun, Unix上で、制約論理型の言語であるCHIPを用いて作成した。また、このシミュレータはCHIPの完全packingを行うサンプルプログラムを参考にして作成し、不完全packingが行えるように拡張を行ったもので、CHIP組み込み制約 cumulative は水平方向の手法と同じ概念を持つと考えられるので、これを用いた。また、本稿で述べた垂直方向の手法については、今回適用するまで至らなかったが、代わりに下記のヒューリスティックを用いてシミュレータを作成した。

[用いたヒューリスティック]

- 同じ大きさの正方形の重複探索の抑止。
- グループ化による類似パターンの抑止。
- 大きい正方形から配置する。

6. おわりに

本稿で提案した手法とヒューリスティックを、単純なバックトラック法で解けなかった問題へ適用した結果、実時間内で解けることが確認できた。さらに、大きさの異なる17個の正方形を配置する問題にヒューリスティックを適用した場合、1/30の時間で解けることが確認できた。以上の結果より、本手法の有効性が確認できた。

【参考文献】

[1] Edward.T : Foundation of Constraint Satisfaction, ACADEMIC PRESS (1993)  
 [2] 古澤他 : あき空間の制約論理による表現とpackingへの応用, 修士論文 ; 電気通信大学 (1995)