

## 高校数学C「行列と線形計算」のための シミュレーションソフト

中山恭與

日本アイ・ピー・エム株式会社 東京基礎研究所

2G-1

### 1. はじめに

平成6年度より学年進行で実施が始まった新しい学習指導要領による高等学校数学のうち「数学C」に対応した学習用ソフトは他の分野と比較して極めて少ない。筆者らのグループでは学習指導要領のねらいが実際の教育現場で生かされることを目標に、「行列と線形計算」の分野をカバーするソフトウェアを研究開発した。これらのソフトは導入編、用語・辞書編、ツール編、シミュレーション編の4編構成となっている。シミュレーション編では、行列に関する理解をさらに深めるための「一次変換」と「推移行列」を題材にしたソフトウェアが含まれている。本稿ではこの2つのシミュレーションソフトの機能と実際の教室での試用について述べる。

### 2. 一次変換プロッタ

本ソフトのねらいは各種の変換行列によって点や直線がどのように変換されるのかを簡単に観察できる仕組みを生徒に提供することにある。図1に使用中の本ソフトの画面表示の例を示す。画面左側には、現在選択されている変換行列や変換座標の計算式が表示される。画面右には座標平面が表示され、この平面上をマウスでクリックすると、その点と変換された点が即座に表示される。元の点は青、変換後の点は赤で色分される。また複数の点を直線でつなぐ機能を使って多角形がどのように変換されるかを観察できる。

使用できる変換行列は、恒等変換、各種の対象

変換、相似変換、回転変換およびフリー（任意の行列）である。入力した点（多角形）をそのままにして変換行列だけを切り替えることができるので各変換行列の特性を比較しながら確認できる。相似変換と回転変換では変換される点や図形の動的変化を把握できるように、パラメータの値をボタン操作で連続的に変更できるようにした。また、フリーの場合は四つの行列要素の値を個々に指定できる。

座標軸の目盛りは、単純な図形の写像の説明にも単位円を使った回転変換の説明にも対応できるように、1.5~30の範囲で可変とした。

このほか、変換された図形の形を座標平面上に残しておく機能（残像）も用意した。

### 3. 一次変換プロッタの使用例

#### ○変換の様子の確認

座標平面上に適当な形の図形（多角形など）を描き、変換行列やそのパラメータを変更してそれぞれの変換行列がどのような特性を持っているかを調べる。

#### ○変換行列の合成や逆行列の確認

残像機能を用いて一つの図形に複数の変換行列を連続して作用させた結果と、元の図形にそれらの変換行列の積を作用させた結果が同じこ

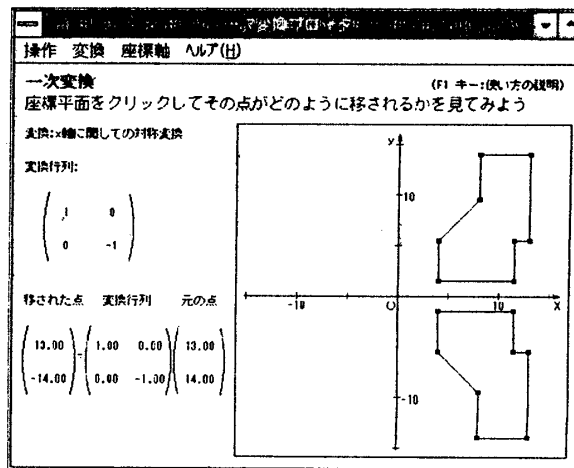


図1 一次変換プロッタ

Simulation Software to Learn Matrix and Linear

Operation

Yasutomo Nakayama

Tokyo Research Laboratory, IBM Japan

1623-14 Shimotsuruma, Yamato, Kanagawa 242,

Japan

とを確認して、関数の合成の意味を理解する。また任意の行列で変換された図形にその逆行列を作用させて元に戻ることを確認する。

#### 4. マルコフチェーン・シミュレーション

本ソフトのねらいは推移行列を使った計算によって、2つのグループの全体における割合の予測値を計算できることを生徒に理解させることにある。ここでは2つの野球チームのファンの割合の推移のグラフを様々な条件のもとで表示させ、割合の値が収束していくようすを観察できるようにしている(図2参照)。画面上半分に表示された条件文の中の数値部分にはボタンが配置されており、これを実行することによって値が変更されそれに応じてグラフも即座に更新される。また正確な数値を読みとれるように、値の計算式が画面右上に表示される。

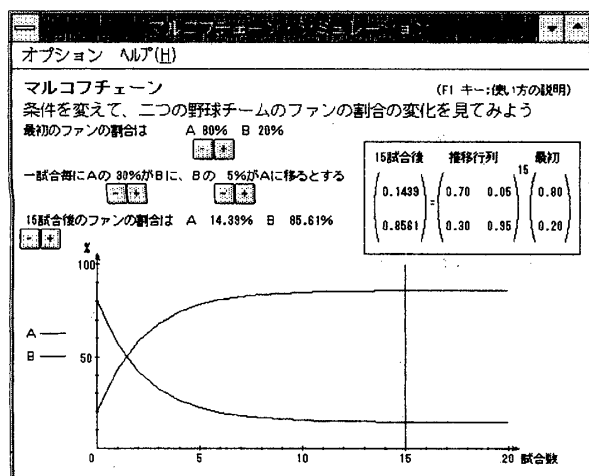


図2 マルコフチェーン・シミュレーション

#### 5. マルコフチェーン・シミュレーションの使用例

##### ○値が収束する様子の観察

まず各パラメータを自由に変更してみてグラフを観察しどのような条件下でも必ず収束する事確かめる。次に推移行列を変えずに初期の割合だけを変化させても収束値は一定であることを確かめる。

#### 6. 試験使用

これらのソフトを使って実際の高校生約30

名に行列の学習を行わせた。設備の都合上生徒2人で1台のパソコンを使用した。その際ソフトの使用法に関しては特に説明を行わず、起動のしかたなどの基本的な操作方法と学習する内容を記したワークシートのみを配布した。

各ソフトにはオンラインマニュアルが用意されており、その存在も画面上に明示されていたにも関わらずこれを利用した生徒は一人もいなかった。まず試行錯誤を行い、つぎにまわりの人間に尋ねる場合がほとんどであった。

ワークシートの課題を一通り終えた場合には残りの時間で自由にソフトを操作することを許可したところ、以下の例のような発見や創作的作業を行う生徒がいた。

○回転行列と残像機能を使って幾何学模様を作る。

○自分で入力した任意の変換行列の性質について調べる。

○推移行列の中の割合の値を大きく変化させて、振動しながら収束するグラフを発見する。

#### 7. シミュレーションを利用する際の要点

一般的なシミュレーションソフトの利用法としては、教師による説明の道具として用いる場合と、生徒が自らの手で定理や法則を発見するための道具として用いる場合の二種類があげられる。前者の場合黑板では不可能な説明が可能となり効果的に授業を行うことができる。後者の場合には単にソフトウェアを使用させても生徒だけではなかなか発見まで到達できないことが多い。そこで、あらかじめ学習の方針をある程度示しておくことが必要で、これはソフトそのものの操作のしやすさと同じくらい重要な要素となる。

#### 8. おわりに

本ソフトウェアの開発にあたってご助言をいただいた寺田文行先生や吉村啓先生をはじめとする研究グループの方々に感謝の意を表す。