

# モード法に基づく非定常音場解析ツール

3C-10

斉藤 毅 堀田裕弘 村井忠邦 (富山大学工学部)

## 1 まえがき

音響機器の設計においては計算機によるシミュレーションが時として有効である。特に、非定常音場を精度良く解析するツールが望まれてきており、FEMやBEMを基礎として、ニューマークβ法、ラプラス変換を用いる方法などが検討されてきている[1][2]。本研究では、FEMに基づいたモード法による解析法の検討結果を示す。すなわち、低周波成分が主の過渡応答解析に有効とされるモード法が、高周波成分を多く含む応答の解析にどの程度有効か、必要とされる固有モードの数はどの程度か、などについて示す。また、本法とニューマークβ法との比較も示す。

## 2 方法

非定常音場問題に有限要素法を適用すると次の離散化方程式を得る。

$$[M]\{\ddot{p}\} + [K]\{p\} = \{f\} \quad (1)$$

ここで、 $[M], [K]$  はそれぞれ質量、剛性マトリクスで、 $\{p\}$  は音圧ベクトル、 $\{f\}$  は駆動ベクトルである。また、記号 $(\cdot)$  は時間微分を示す。

### 2.1 モード法

モード法では、 $\{p\}$  を(2)のように固有モードの重ね合わせにより表して、(1)を(3)のように書き換える。

$$\{p\} = [\Phi]^T \{\alpha\} \quad (2)$$

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] \{\ddot{\alpha}\} + [\Phi]^T [K] [\Phi] \{\alpha\} = [\Phi]^T \{f\} \quad (3)$$

ここで、 $[\Phi]$  は各列に固有ベクトルを収納した行列である。 $\{\alpha\}$  は固有モードの係数ベクトルで、その次数は節点数に比べて十分小さい  $m$  次にとる。このようにすると左辺に現れる行列はすべて対角行列となるので、各行は次のような独立した式となる。

$$\ddot{\alpha}_i + \omega_i^2 \alpha_i = F_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

A tool for transient acoustic field analysis based on modal method

Takeshi Saitou Yuukou Horita Tadakuni Murai  
Toyama University

ここで、 $\omega_i^2$  は  $i$  次モードの固有値、 $F_i$  は  $[\Phi]^T \{f\}$  の第  $i$  次成分である。(4) は容易に解くことができ、計算コストも非常に小さい。

### 2.2 ニューマークβ法

ニューマークβ法の差分を時間軸方向に取り、ある時間  $t$  における  $\{p\}_t, \{\dot{p}\}_t, \{\ddot{p}\}_t$  を既知とすると、 $\Delta t$  後の  $\{p\}_{t+\Delta t}, \{\dot{p}\}_{t+\Delta t}, \{\ddot{p}\}_{t+\Delta t}$  は Taylor 展開等を用いると、次式で近似できる。

$$\{p\}_{t+\Delta t} = \{p\}_t + \Delta t \{\dot{p}\}_t + \Delta t^2 \left( \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{p}\}_t + \beta \{\ddot{p}\}_{t+\Delta t} \right) \quad (5)$$

$$\{\dot{p}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{p}\}_t + \frac{\Delta t}{2} (\{\ddot{p}\}_t + \{\ddot{p}\}_{t+\Delta t}) \quad (6)$$

$$\{\ddot{p}\}_{t+\Delta t} = ([M] + \Delta t^2 \beta [K])^{-1} \times \left( \{f\}_{t+\Delta t} - [K] \{p\}_t + \Delta t \{\dot{p}\}_t + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{p}\}_t \right) \quad (7)$$

## 3 数値例

図1に、計算に用いた簡単な2次元音響管モデルを示す。モデルの左端が、静的な状態より時刻  $t=0$  で図2のような波形で速度駆動されるものとする。この場合、解析解が得られるので計算精度が分かる。管の中央での音圧の時間的変化を図3~図5に示す。また、これらの計算にかかった時間は表1のとおりである。

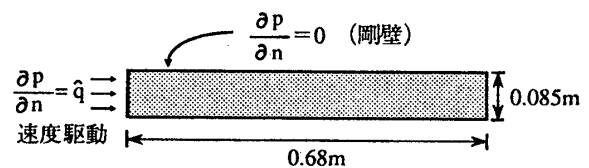


図1: 2次元音響管モデル

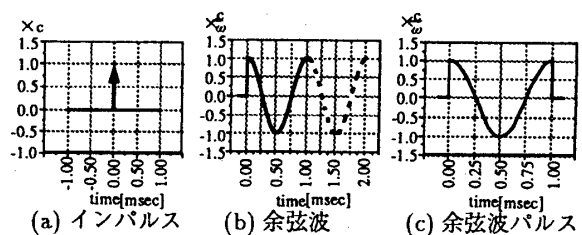
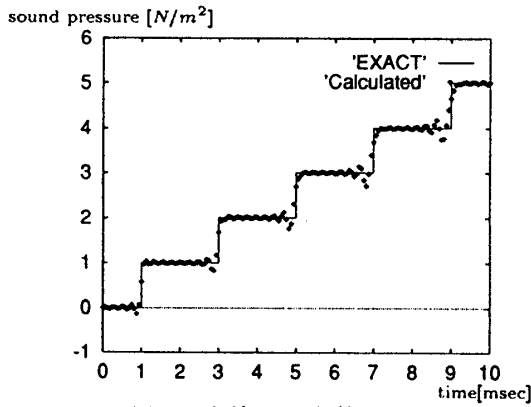
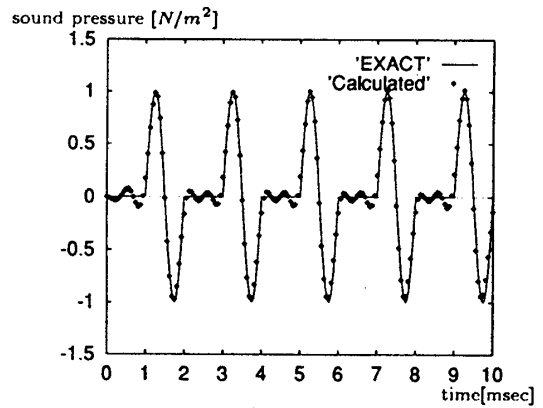


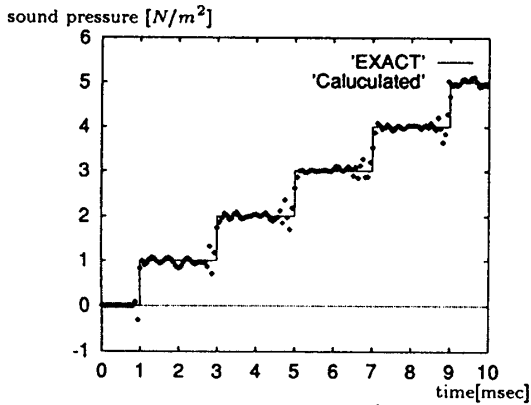
図2: 3種の方法による速度駆動波形



(a) モード法 (モード数 32)

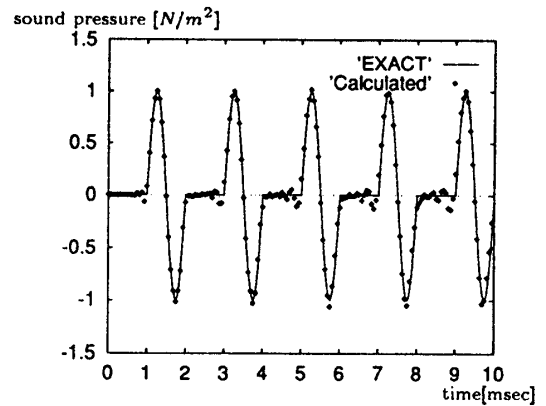


(a) モード法 (モード数 8)



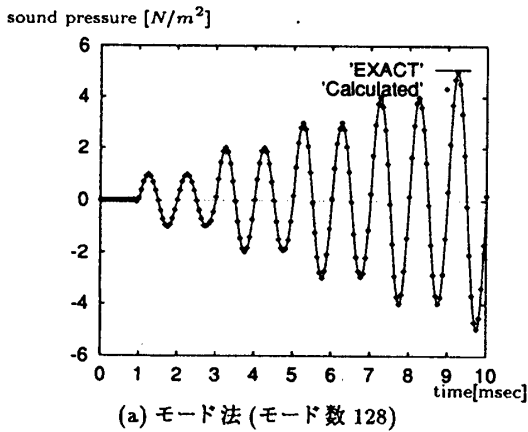
(b) ニューマークβ法 (刻み幅  $\frac{1}{64}$  msec)

図3:インパルス駆動の時の応答

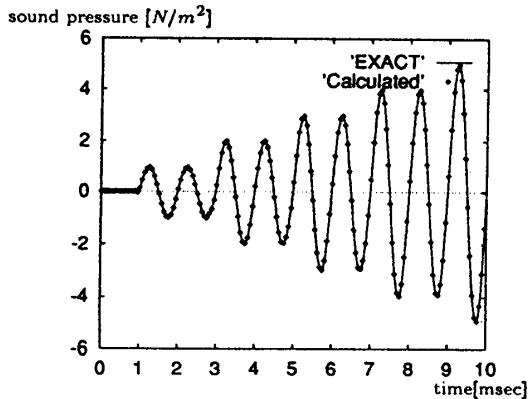


(b) ニューマークβ法 (刻み幅  $\frac{1}{1892}$  msec)

図5:余弦波パルス駆動の時の応答



(a) モード法 (モード数 128)



(b) ニューマークβ法 (刻み幅  $\frac{1}{64}$  msec)

図4:余弦波駆動の時の応答

表1:計算時間の比較 [sec]

(Sun Microsystems:SPARK station IPX による)

	モード法	ニューマークβ法
インパルス駆動	42	468
余弦波駆動	130	939
余弦波パルス駆動	571	59829

#### 4 あとがき

音場問題において、低周波成分が主のものだけでなく、高周波成分が多く含まれるものに対しても、モード法はニューマークβ法と同等以上の精度が得られることが分かった。また、計算時間の点で比較すると、圧倒的にモード法の方が有利ということが分かった。

#### 文献

- [1] 山崎:閉止段つき管内音場の時間応答解析と実験、日本音響学会誌 50 巻 11 号、43.20.Mv(平成 6 年)
- [2] 荒井他:ラプラス変換法による音波伝播の境界要素シミュレーション、電気関係学会北陸支部連合大会講演論文集、B-75(平成 6 年)