

空間の領域分割とその部分領域間相互作用による非線形現象の可視化手法

6C-6

梅津 信幸 品川 嘉久

東京大学

1 はじめに

今まで様々なモデリング手法が提案されてきたが、それらの多くは自然界にある複雑な現象を表現できるほどの能力を持たない。幾何学的に単純な数式で表される要素（平面や2次曲面など）をブール演算によって組み合わせて用いる方法では、物体形状の記述力に限界があり、その時間的変化にも弱い。形状の複雑さを増すためにフラクタル次元を用いる手法[1]では、一見すると自然な結果が得られるが、表面形状が構成される現象自体を正確にシミュレートしているわけではないので、物理的厳密性に欠けている。

そこで本研究ではこれらの欠点を持たない手法として、現象が発生する空間を部分領域に細分し、隣接する部分領域の間で、局所的な法則をもとに相互に情報を通信しながら時間とともに変化していく全体の挙動を表現する手法を提案する。

2 手法の概要

この手法の基本となっている考え方は、微視的なレベルでのシミュレーションをより正確に行なうことで、全体として巨視的な統一性を再現しようということである。自然現象においては、ある点に及ぼされた影響が空間的に離れた位置にある別の点へ到達するためには、その間に存在する物体を媒体として進行していかなければならない。例えば、図1において、

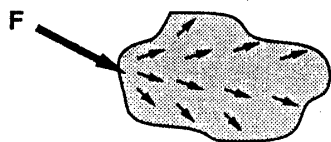


図1: 物体に加わる力 F

A Method for Visualization of Non-linear Phenomena
by Space Subdivision
Nobuyuki Umezu and Yoshihisa Shinagawa
The University of Tokyo

ある物体に力 F が加わった場合を考える。力 F が加わったことによる影響は、まずその点から、その周囲に隣接する部分に達し、後に物体の全体へと、部分領域間力（例えば原子間力）を通して物体の各部に伝わっていく。原子のレベルからのシミュレートは到底不可能であるが、本研究では、このような部分領域間の相互作用に基づいたモデリングを行なう。

2.1 部分領域への分割

まずシミュレートする空間を等しい大きさの多数の立方体（セル）へと細分し、空間内に含まれる物体を離散化して各セルに割り当てる（図2）。

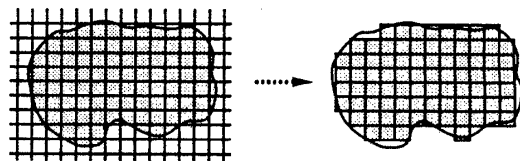


図2: 物体を離散化してセルに割り当てる

セルの大きさは一つ一つのセル内部が一様とみなせる程度にまで小さくする。セルに細分された部分領域は、その位置が空間内に固定される。つまり、表現すべき物体を分割するのではなく、空間そのものを分割して扱う。離散化を終えたこの段階が時刻 $t = 0$ の初期状態であり、ここからシミュレーションを開始する。

2.2 各セル間の相互作用によるシミュレーション

初期状態を設定した後、微小時間 Δt だけ時刻を進めて、その間に発生する変化を各セルが計算する。セルが得られる情報は局所的情報に限られ、当該セル内部に含まれる物体に関する全情報と、隣接したセルから得られる情報を統合して計算を進める。一つのセルを $c(i, j, k)$ と表すとすると、隣接セルとは、

$$S = \bigcup_{i'=i-1}^{i+1} \bigcup_{j'=j-1}^{j+1} \bigcup_{k'=k-1}^{k+1} c(i', j', k')$$

で表される空間 S に含まれるセルの内、自分を除いた $3^3 - 1 = 26$ 個のセルである。セルはそのまわりの隣接セルとのみ通信でき、離れた位置にあるセルと通信し、直接影響し合うことはできないとする。そのため、セルを飛び越えて情報が移動するような大きな変化が起こらないよう、微小時間 Δt は十分小さくとる必要がある。

この手法と似たものに、セルラーオートマトン [3] がある。セルラーオートマトンでは、各セルは名前の通りオートマトンであり、その内部状態数も比較的少ない。それに対し、本手法におけるセルは空間とその中に含まれている物体をより正確にシミュレートするために多数の変数（自由度）を持っている点が異なっている。しかし、均質な多数のセルの協調動作によって全体の結果を得るという点では似ている。

次に、セル間の相互作用の例を、静止している物体にある力が加わる先ほどの場合で考える。今、図3のように、セル $c(i, j, k)$ に力 F が加わったとする。

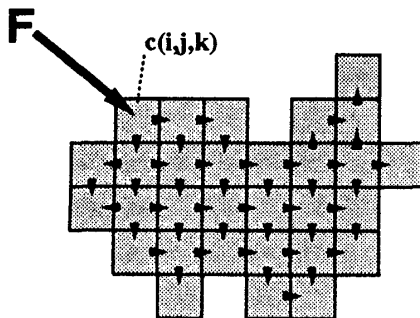


図3: 物体に加わった力の伝播

最初の瞬間は、 $c(i, j, k)$ のみがこの力に影響されて、運動を始める。もし理想化された物体（剛体）であれば、加えられた力は一瞬にして物体の各部に到達して、全体が等加速度で運動し始めるが、剛体以外では、力が加わった $c(i, j, k)$ がまず運動を開始して隣接セルに力を加え、それらの隣接セルもその時点で運動を開始する。本モデルでは、このように影響が物体中を進行し、最終的には全体が運動を行なう。

3 応用の範囲

上の例からわかるように、この手法は剛体などの比較的自由度の少ない物体の表現には向いていない。そのような物体に対しては、効率の良い表現方法が他に多く存在している。本研究の手法が効果を発揮

するのは、自由度が非常に大きく、それらが空間全体に分布して存在しているような系を扱う場合である。例えば、粘性のある流体や炎や煙、ゼリー状の柔らかい物体が変形していく過程など、既存の方法で統一的なモデリングが困難だった現象をより正確に表現できる。

4 今後の課題

まず第一に、セルの数が膨大になることが予想される。これに関しては、Octree [2] などの階層構造をセルの分割に用いて、分割の細かさを場所によって変えてセルの数を減らすことが考えられる。しかし、本手法が最終的に対象とする物体は煙や流体など表面が曖昧なものも含み、それらの現象では空間内のどの場所においても同程度の細かさの分割が必要となると考えられる。

第二に、この手法がより「複雑な」現象に対する表現力をどの程度持つかを評価する必要がある。この手法の主たる目的は従来の方法で表現しきれなかった複雑な対象を表現することにあるので、それらを的確に表現できるかを確認しなければならない。

今後は剛体など理想化された物体の場合からシミュレーションを開始し、必要とされる精度やメモリ効率などを調べ、他の非線形現象についても解析を行なうことが今後の課題である。

参考文献

- [1] Fournier, A., D. Fussell: "Computer Rendering of Stochastic Models", CACM, 25(6), June 1982, pp.371-384
- [2] Same, H.: "The Quadtree and Related Hierarchical Data Structures", ACM Comp. Surv., 16(2), June 1984, pp.187-260
- [3] Toffoli, T., N. Margolus: "Cellular Automata Machines", MIT Press, 1987