幾何図形のピクセルレベルにおける並列生成

1C－4

荒田秀樹　高井昌彰　佐藤義治
北海道大学 工学部

1 はじめに

ピクセル空間に三角形などの幾何図形を描く場合、端点の位置や線分の長さなどの情報を一元的に管理する上位機構が存在し、その情報をもとに描画がなされる。この際、ピクセル空間は受動的なメモリと考えられ、図形描画はそれに対する逐次的処理である。

これに対し、オブジェクト指向の視点を参考にして、それぞれのピクセルを処理機能を有する能動的な実体としてとらえ、ピクセル空間上で幾何図形を並列的に生成するアプローチはたいへん興味深い。

我々は既に、局所的計算モデルであるセル構造オートマトン [1] を用いた図形生成モデルについて報告している [2, 3]。このモデルでは幾何学的制約条件として指定できるものが端点の数及び線分の長さのみであり、制約条件の充実が課題であった。

本論文では、ピクセル空間を多層のセル空間と考え、セル構造オートマトンを用いて幾何学的制約条件を考慮した幾何図形の生成を試みる。

2 図形生成モデル

ピクセル空間を 2 次元のセル構造オートマトンと見なし、図形の基本的要素である端点、線分を発生させ、その集合として図形を生成する。ここで、ユーザは描画したい図形の幾何学的制約条件をセル空間に与える。すなわち、端点発生や線分発生を実現する基本的な状態遷移規則を適切に組み合わせることにより制約条件を満たすような目的の図形を生成する。

2.1 セルの状態

セル空間全体は図 2 にあるような、1 枚の可視プレーンと、発生させるべき端点の数と等しい数の不可視プレーンから成る。1 枚の不可視プレーンが 1 つの 2 次元セル構造オートマトンに対応する。すべての不可視プレーンの状態は可視プレーンに投影される。可視プレーンにおいて、セルは 2 つの状態をとりピクセル値を表す。また、セル固有の番号（ID）、座標、端点を表すフラグ及び線分生成の波の発生を表すフラグを属性として持つ。不可視プレーンでは、セルは 2 つの状態をとり端点又は線分であるかどうかを表す。また、制約の充足値、他の端点の座標、自分と端点との座標の差分、2 端点間の傾きの積算値を属性として持つ。

2.2 図形生成の手法

2.2.1 幾何学的制約条件

[2] では長さの制約条件を実現するために、不可視プレーンに距離の属性を持たせ、その距離を参照しながら該当する端点を発生させていた。しかしこの手法では、二等辺三角形やひし形など特定の図形しか生成できず、また正三角形の生成、平行・直交などの 2 線分の位置関係なども実現することができない。

そこで、長さや平行、直交などの制約条件を目的関数の最大化問題で表し、目的関数の値（充足度）をそれぞれのセルに属性として持たせることにより幾何図形を生成する。幾何学的制約条件の例（一辺 120 の正方形）を図 1 左に示す。これらの制約条件からいくつかの目的関数（図 1 右）を構築し、各端点を受け持つ不可視プレーンの各セルにおいてその充足度を計算し、端点の位置を決定する。各プレーン内での充足度の計算はセルのレベルで並列に実行されるが、端点の生成そのものは、制約条件を考慮し点 A、B、C、D の順に逐次的に行われる。

制約条件として線分の長さ、2 線分の平行、直交を表す目的関数はそれぞれ以下のようになる。

$$f_{len}(PQ;l) = -((x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 - l^2)^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f_{para}(PQ,RS) &= -((x_P - x_Q)\times(y_R - y_S) - \\ &\quad (x_R - x_S)\times(y_P - y_Q))^2 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{orth}(PQ,RS) &= -((x_P - x_Q)\times(x_R - x_S) + \\ &\quad (y_P - y_Q)\times(y_R - y_S))^2 \quad (3) \end{aligned}$$

複数の制約条件がある場合には、それらの和を充足度とする。

Parallel Generation of Geometrical Images at Pixel Level
Hideki Arata, Yoshiaki Takai, and Yoshiharu Sato
Hokkaido University, Sapporo 060 JAPAN.

2.2.2 端点発生

はじめに不可視プレーンのすべてのセルを端点候補とする。制約条件の充足度を持っているので、その値と自分自身の座標値及び ID を波としてセル空間に伝搬させる。他の端点候補の波と衝突した場合は充足度を比較し、より制約条件を満たしている、すなわち充足度の大きいセルの波を更に伝搬させる。充足度が同じ場合は ID を比較する。この手順を繰り返すことで不可視プレーン上で 1 つの端点を発生させることができる。複数の端点を発生させる場合は、既に発生した端点を除いて同様なルールを適用すればよい。

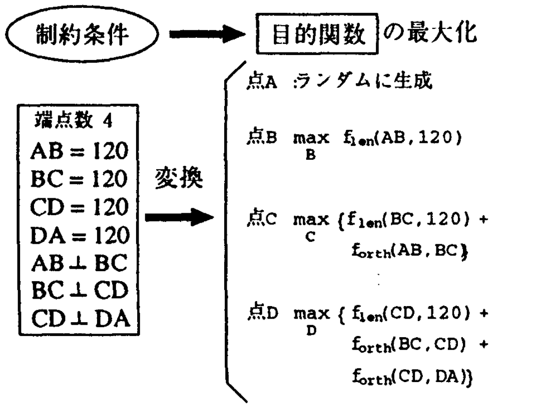

図 1: 制約条件の処理及び変換方法

図 2 は、図 1 の制約条件から導かれる正方形の生成過程を表したものである。最初の端点 A については制約はないので、不可視プレーン 1 上に任意に発生させることができる。端点 B については $AB = 120$ の制約があるので、式 (1) にしたがって不可視プレーン 2 上の各セルの充足度が計算され、その値に基づいて端点発生が行われる。続いて端点 C では $BC = 120$、$AB \perp BC$ の 2 つの制約があるので、式 (1) と式 (3) から求められる充足度の和が不可視プレーン 3 の各セルの充足度となる。最後に端点 D についても 3 つの制約があるので、端点 C と同様にそれぞれの充足度の和を不可視プレーン 4 の各セルの充足度とする。

2.2.3 線分発生

端点となるセルが決定次第その端点を始点とする線分発生の処理を行う。端点の発生と同時にその端点の座標をセル空間に伝搬させる。他の端点がその座標を受けとると座標値の差を計算し、それを線分の傾きととらえる。本手法は、DDA(digital differential analyzer)[4] を参考にしているが、直接座標を計算するのではなく、傾きの積算値を伝搬させながらそれぞれのセルが線分になるか否かを局所的に決定している。

なお図 2 の不可視プレーン 4 では、点 D から 2 つの端点 A、C へ同時に線分が伸びる。

最終的に、各不可視プレーンで発生した線分をすべて可視プレーンに投影すれば、目的の図形を得ることができる。

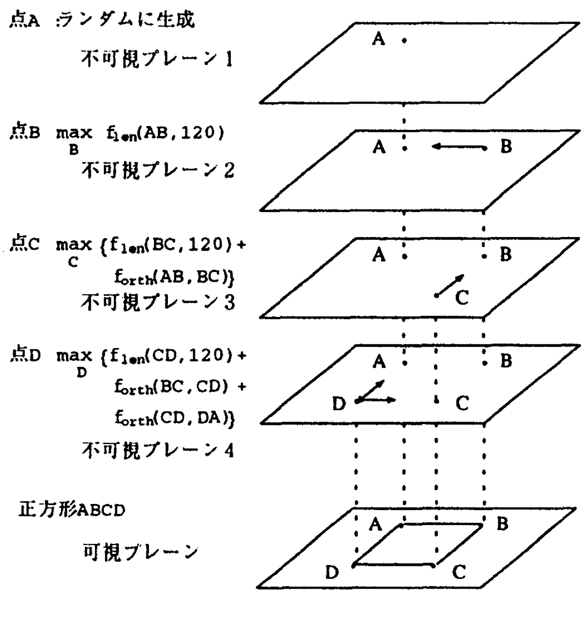

図 2: 正方形の生成過程

3 まとめ

ピクセル空間を多層のセル空間と考え、セル構造オートマトン用いて幾何学的制約条件を満足する図形生成モデルを提案した。角度などの制約条件の充実、及び制約条件から状態遷移規則を合成する手法の体系化が今後の課題である。

参考文献

[1] T. Toffoli and N. Margolus: *Cellular Automata Machines*, MIT Press (1987).

[2] 荒田秀樹, 高井昌彰, 佐藤義治: “セル構造オートマトンによる図形生成について”, 情報処理学会第 49 回全国大会講演論文集, Vol. 2, pp. 435–436 (1994).

[3] 荒田秀樹, 高井昌彰, 佐藤義治: “セル構造オートマトンによる図形生成”, 第 8 回札幌国際コンピュータグラフィックスシンポジウム論文集, pp. 33–38 (1994).

[4] D. Hearn and M. P. Baker: *Computer Graphics*, Prentice Hall (1986).