不等式の求解によるファジィルールのチューニング

4Q－10

Ruck Thawonmas　　阿部重夫
日立製作所　日立研究所

1. はじめに

多層ネットと同等の、学習機能を持つファジィシステムの開発が進められている．我々は文献1, 2)において、教師データから直接抽出したファジィルールを用いてファジィ推論する方法を提案した．さらに文献3)においてパターン認識用のファジィルールのメンバーシップ関数の傾きを最小自乗法でチューニングする方法を述べた．本論文ではチューニングデータが誤認識を起こさない条件のもとでメンバーシップ関数の傾きが満たすべき不等式を求め、解が存在する場合は必ず不等式が解ける方式について述べる．

2. ファジィルールの抽出と推論方法

まず、教師データから直接ファジィルールを抽出する方法を文献1)にしたがって述べる．

n個のクラスのm次元の教師データについて入力変数毎に最大値と最小値を求めて各クラスの入力空間での存在範囲を活性領域と呼ぶ超直方体で近似する．クラス間の領域に重なりがあるときは、重なった部分を禁止領域と呼ぶ超直方体で近似する．さらに、禁止領域内にクラスのデータがあるときは、図1に示すように内部に活性領域を定義し、以下再帰的に、クラス間の重なりを解消する．

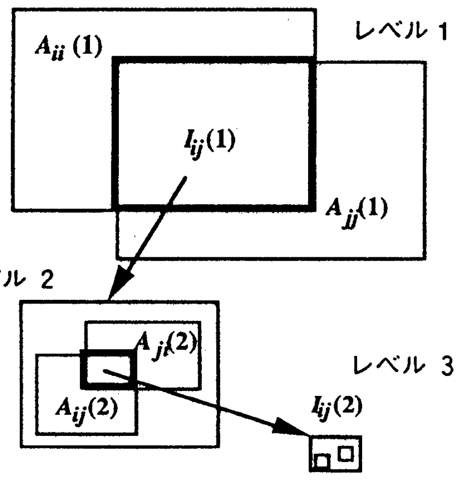

図1　ファジィルールの抽出

このようにして、禁止領域がないときの再帰のレベルがlのルールは

$$\text{If } \mathbf{x} \text{ is } A_{ij}(l) \text{ then } \mathbf{x} \text{ is class } i \tag{1}$$

となる．ただし、$A_{ij}(l)$はレベルlの活性領域である．同様に、禁止領域があるときの再帰のレベルがlのルールは

$$\text{If } \mathbf{x} \text{ is } A_{ij}(l) \text{ and } \mathbf{x} \text{ is not } I_{ij}(l) \text{ then } \mathbf{x} \text{ is class } i \tag{2}$$

となる．ただし、$I_{ij}(l)$はレベルlの禁止領域である．

入力$\mathbf{x}$に対する式(1)のファジィルールの成立度は$\mathbf{x}$が活性領域$A_{ij}(l)$の中にあれば1で、$\mathbf{x}$が活性領域から離れてゆくにしたがい成立度が下がるのが妥当である．すなわち、全ての入力が[0, 1]に正規化されている場合は、成立度が等しい等高線が活性領域の表面に平行で等距離にある位置にあることが望ましい．これを実現するものとして次の関数を用いる．

$$m_{A_{ij}(l)}(\mathbf{x}) = \min_{k=1,\ldots,m} m_{A_{ij}(l)}(\mathbf{x}, k) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} m_{A_{ij}(l)}(\mathbf{x}, k) &= [1-\max(0, \min(1, \gamma_i (v_k(l) - x_k)))] \\ &\times [1-\max(0, \min(1, \gamma_i (x_k - V_k(l))))] \end{aligned} \tag{4}$$

ここでγ_iはクラスiに対するメンバーシップ関数の傾きを制御する感度定数でv_kとV_kは各々対応する最小値及び最大値である．

式(2)のファジィルールの入力$\mathbf{x}$に対する成立度は$\mathbf{x}$が活性領域にあるが禁止領域にはないときは1で、それ以外のときは活性領域から禁止領域を除いた領域の表面に平行で等距離の位置に等高線があるように決める．

3. 不等式の求解によるチューニング

成立度の等高線が活性領域あるいは活性領域から禁止領域を除いた領域の表面に平行で表面から等距離になるように決めたことと、同一クラスのメンバーシップ関数の傾きが同じであることにより、入力データ$\mathbf{x}$に対する成立度は、各クラスの近似領域への1次元距離により決まることになる．そこでクラスiのj番目のチューニング用のデータを$\mathbf{x}_{ij}$

Tuning Fuzzy Rules by Solving Inequalities
Ruck Thawonmas and Shigeo Abe, Hitachi, Ltd.

として、$\mathbf{x}_{ij}$に対するクラスkの成立度を$d_k(\mathbf{x}_{ij})$、さらに$t_{ij,k}$を$\mathbf{x}_{ij}$と$d_k(\mathbf{x}_{ij})$を決める、クラスkの近似領域の表面との間の距離とする．このとき、$\mathbf{x}_{ij}$がクラスiに属しクラスk ではないためには

$$d_i(\mathbf{x}_{ij}) = 1 - \gamma_i\, t_{ij,i} > d_k(\mathbf{x}_{ij}) = 1 - \gamma_k\, t_{ij,k} \tag{5}$$

が成立する必要がある．これを変形すると

$$\frac{\gamma_i}{\gamma_k} < \frac{t_{ij,k}}{t_{ij,i}}, \quad j = 1,\ldots \tag{6}$$

となる．同様に、クラスkのデータ$\mathbf{x}_{kj}$に対して

$$\frac{t_{kj,k}}{t_{kj,i}} < \frac{\gamma_i}{\gamma_k}, \quad j = 1,\ldots, \tag{7}$$

が成立する必要がある．

式(6), (7)より

$$L_{ik} < \frac{\gamma_i}{\gamma_k} < U_{ik} \tag{8}$$

となる．ただし

$$L_{ik} = \min_{j=1,\ldots} \frac{t_{kj,k}}{t_{kj,i}}, \quad U_{ik} = \max_{j=1,\ldots} \frac{t_{ij,k}}{t_{ij,i}}$$

である．また、チューニングデータの属するクラスの成立度が正の値をとるようにするために

$$\gamma_i < \gamma_i^{max}, \quad i = 1,\ldots, n \tag{9}$$

とする．ただし

$$\gamma_i^{max} = \min_{j=1,\ldots} \frac{1}{t_{ij,i}}$$

である．

式(8), (9)を解くことにより、チューニングデータが属するクラスの成立度が最大になる感度定数が得られる．

まず式(8)を解きそのあとで式(9) を解く．ここで、$\rho(i,k) = \gamma_i/\gamma_k$と置くと式(8)は

$$L_{ik} < \rho(i,k) < U_{ik}, \quad i = 1,\ldots, n,\ k = i+1,\ldots, n$$
$$\rho(i,k) = \rho(i,p_1)\rho(i,p_2)\ldots\rho(p_r,k) \tag{10}$$

と等価となる．ただし、$p_1p_2\ldots p_r$は$\{1,\ldots,n\} - \{i,k\}$からr個とりだした全ての順列である．

式(10)を満たすように範囲で順次$\rho(i,k)$を決めてゆけば解が存在するかぎりは必ず求まることが証明できる．3つのクラスのときの式(10)を解く方法を示す．式(10)より

$$L_{12} < \rho(1,2) < U_{12} \tag{11}$$

$$L_{13} < \rho(1,3) < U_{13} \tag{12}$$

$$L_{23} < \rho(2,3) < U_{23} \tag{13}$$

$$\rho(1,2) = \rho(1,3)\rho(3,2) \tag{14}$$

$$\rho(1,3) = \rho(1,2)\rho(2,3) \tag{15}$$

$$\rho(2,3) = \rho(2,1)\rho(1,3) \tag{16}$$

となる．このとき式(14) - (16)は、どれかを満たせばよい．

$\rho(1,3)$, $\rho(1,2)$の順に解くとする．この2つが決まれば$\rho(2,3)$は式(16)により求まる．$\rho(1,3)$は式(12)を満たす必要があり、かつ式(15)を満たすためには式(11), (13)より得られる

$$L_{12}L_{23} < \rho(1,2)\rho(2,3) < U_{12}U_{23} \tag{17}$$

を満たす必要がある．式(12), (17)により

$$\max(L_{13},\, L_{12}L_{23}) < \rho(1,3) < \min(U_{13},\, U_{12}U_{23}) \tag{18}$$

となり、式(18)を満たすように $\rho(1,3)$を決める．つぎに$\rho(1,2)$も同様に式(11), (14) により

$$\max(L_{12},\, L_{13}L_{32}) < \rho(1,2) < \min(U_{12},\, U_{13}U_{32}) \tag{19}$$

となる．ただし、式(16)より計算された$\rho(2,3)$が式(13) を満たすようにするために式(19)におけるL_{13}とU_{13}を$\rho(1,3)$で置き換える必要がある．すなわち

$$\max(L_{12},\, \rho(1,3)L_{32}) < \rho(1,2) < \min(U_{12},\, \rho(1,3)U_{32}) \tag{20}$$

式(18), (20)を満たすように$\rho(1,2)$, $\rho(1,2)$を決めれば式(11), (12)を満たす．また式(13)を満たすことも容易に示すことができる．

5. 結言

教師データから直接に抽出したファジィルールのメンバーシップ関数の傾きを不等式を解くことによりチューニングする方法を述べた．この方式の数字認識等での評価結果については講演時に示す．

参考文献

1) S. Abe and M.-S. Lan, "A Method for Fuzzy Rules Extraction Directly from Numerical Data and Its Application to Pattern Classification," IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 3, No. 1, February, 1995.

2) S. Abe, M.-S. Lan, "Fuzzy Rules Extraction Directly from Numerical Data for Function Approximation," IEEE Trans. System Man and Cybernetics, Vol. 25, No. 1, Jan. 1995.

3) S. Abe, M.-S. Lan and R. Thawonmas, "Tuning of a Fuzzy Classifier Derived from Data," Proc. 3nd IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol. II, pp. 786 - 791, June 26-29, 1994 Orlando, Florida.