6Ｆ－１

Tabu Searchによる無閉路有向グラフの最適系列分割問題の効率評価

加地太一　　大内東
小樽商科大学　北海道大学

１．はじめに

Tabu SearchはFred Glover[1),2)]によって提案された局所探索法の変形である。その大まかな戦略は探索過程で以前に探索した解に再び戻る解のサイクリングをタブーリストを設けることによって禁止する処置をとることである。前回[6)]の発表で無閉路有向グラフの系列グラフ分割問題の定義とTabu Searchによる算法の構成について述べた。本稿ではその算法の修正と数値実験によるTabu Searchの効果等について検討する。

２．最適系列分割問題

単一の入口と出口を持つ無閉路有向グラフＤ（Ｖ，Ｅ）が与えられたとき、Ｄの有向辺が定めるＶ上の関係を＜とする。このとき、Ｖの互いに疎な部分集合をV_i、V_jとしたとき、任意の$x \in V_i$，$y \in V_j$からなる２元対（ｘ，ｙ）に関して、ｘとｙが＜において比較可能ならば常にｘ＜ｙが成立するとき、$V_i | V_j$とし、またｘとｙが常に比較不可能ならば$V_i | V_j$、あるいは$V_j | V_i$と表せる。また$V_i | V_j$は前後関係においてV_iがV_jの前にあることを意味する。Ｄ（Ｖ，Ｅ）の頂点集合Ｖの分割$V_1, V_2, \cdots, V_k$が$V_1 \cup V_2 \cup \cdots \cup V_k = V$、$V_1 | V_2 | \cdots | V_k$を満たすとき、無閉路有向グラフＤ（Ｖ，Ｅ）の系列分割という。また、D(V,E)のすべての頂点$v \in V$には重み$w(v)$が、各有向辺$(u,v) \in E$にはコスト$c(u,v)$が付与されている。これらの値はすべての$u, v \in V$について、条件$0 < w(v) \leq B$, $c(u,v) \geq 0$を満たす整数であり、Ｂはブロックサイズと呼ばれる問題に固有な正の整数である。このとき無閉路有向グラフの系列分割において、

$|V_i| = \sum_{v \in V_i} w(v) \leq B$ のもとで、切断される辺のコストの総和を最小にするように分割する問題を無閉路有向グラフの最適系列グラフ分割問題という。

３．Tabu Searchの基本的構造

Tabu Searchは人間の記憶の構造を利用した解への探索方法であり、解のサイクリングを避けるためにタブーリストという記憶域を設け、一部の領域への探索を禁止する処置をとる。すなわち、Tabu Searchは最近のｓ個の探索解をタブーリストに記憶しておき、それらを候補から除く、あるいは最近のｓ個の探索解で生じた変数x_iの変化方向をタブーリストに記憶し、これらの変数の逆方向への変化を禁止する処置をとる。ここで、タブーリストをαとすると、Tabu Searchでは現在の解x^{now}の近傍集合$N(x^{now})$からαを除き、その中から最小コストとなる解x^{next}を選択する。また近傍集合からαを除いた新たな集合を$N(\alpha, x^{now})$とする。すなわち、$N(\alpha, x^{now}) = \{N(x^{now}) - \alpha\}$となる。その移動を行う関数を以下に示す。

$$move(x^{now}) = \begin{cases} x^{next}, & \text{if } cost(x^{next}) \leq cost(x) \text{ for all } x \in N(\alpha, x^{now}) \\ \emptyset, & \text{if } N(\alpha, x^{now}) = \emptyset \end{cases}$$

またαの長さをlengthとし、以下の算法構成で基本的なTabu Searchを記述する[3),5)]。

```
t := 0;
x0:= initial solution;
α := ∅;
length := a positive integer;
while stopping-criterion <> yes do begin
      x_{t+1} := move(x_t);
      α := α ∪ x_t − x_{t-length}
      t := t+1;
end;
```

Tabu Searchは非常に柔軟性の高い枠組みであり、上の算法にさらにいくつかの戦略を付加して構成する。

４．Tabu Searchへの適用

無閉路有向グラフはいつでも一列化（トポロジカルソート）が可能であるが、結果は一意でなく複数の一列化が可能である。本問題はこの一列化グラフとの関係において以下の特徴的な性質があ

Analysis for Optimal Sequential Partitions of Directed Acyclic Graphs using Tabu Search.
Taichi Kaji, Azuma Ohuchi
Otaru University of Commerce, Hokkaido University

る。

定理.　無閉路有向グラフDの任意の系列分割はDのある一列化グラフの順序を保持した分割（一列化グラフの系列分割）を指定することによって定まる。

Tabu Searchの算法において近傍構造の設定が重要なポイントとなる。本問題では一列化グラフによる問題へ帰着し、一列化グラフの上で近傍構造を構成することによって、Tabu Searchを適用する。任意の可能解xはある頂点の並びの一列化グラフとそのグラフ上のカットを表現するブレイク・ポイントによって表現される。本問題では一列化グラフ上での頂点の順序変更を行うことによって近傍解を求める方法と、ブレイク・ポイントの位置の移動によって近傍解を求める方法が考えられる。この考えより、２つの近傍構造を設計し、交互に用いることによってより積極的に最適解への近似を強める。また、タブーリストの逆向きの移動の禁止の属性として、解の移動(x,x')のとき移動する頂点をあてる。またタブーリストは待ち行列構造によって構成されるが、プログラム上では頂点集合に対応する一次元配列を用意し、配列の添え字は頂点に対応するものとする。このとき、初期化の段階で配列のすべての要素を０にしておき、移動対象となる頂点の要素にある正の数を入れ、反復毎に１以上の要素の値を１減ずる。以上より、１以上の頂点を禁断対象とする。このとき、頂点の移動においてコストが改善されたならlength1、改悪されたならlength2の正の数を入れるものとする。

5. 数値実験

はじめに、本問題で構築した算法のパラメータの挙動分析を行う。重要なパラメータであるタブーリストの長さlength1とlength2の値に対して、求まったコストの変化を図１に示す。同図では頂点数３００のランダムグラフの一例に対して行った結果であり、その他のランダムグラフの実験結果をあわせて考慮すると。length1は３０前後、length2は１０前後が好ましいものと考えられる。次に、本問題のTabu Searchの近似度を図２に示す。このとき、厳密解はある限られた構造を持つグラフに対して計算可能である。その様な構造を持つ頂点数３００のいくつかのグラフに対して比較を行った結果。相対誤差３％から１０％の値が得られた。計算時間は５０００反復で約４８秒必要となる。以上の実験は小樽商科大学情報処理センターのArgoss5270(SUN)およびDEC3000上で行った。

6. おわりに

今回は無閉路有向グラフの最適系列分割問題へのTabu Searchの適用とその性能評価を試みた。今後の課題としてさらにいくつかの戦略を付加して近似度の改善を試みたい。

参考文献

1)Glover, F. : Tabu Search 1 , ORSA J.C. ,Vol.1, No3,pp190- 206(1989).
2)Glover, F. : Tabu Search 2 , ORSA J.C. ,Vol.2, No1,pp4-32(1990).
3)日本ＯＲ学会第３０回シンポジウム：モダンヒューリスティクの新展開－Gnetic Algorithm, Simulated Annealing,Tabu Search,Neural Net法は本当に有効か－,(1994).
4)久保 ：巡回セールスマン問題への招待,日本ＯＲ,Vol39,No3,pp156-162(1994).
5)藤沢、久保、森戸 ：Tabu Searchのグラフ分割問題への適用と実験的解析，電学論ｃ,Vol.114,No4, pp430-437(1994).
6)加地 ：Tabu Searchによる半順序の系列分割問題,情報処理学会第４９回全国大会講演論文集(1), pp91-92.

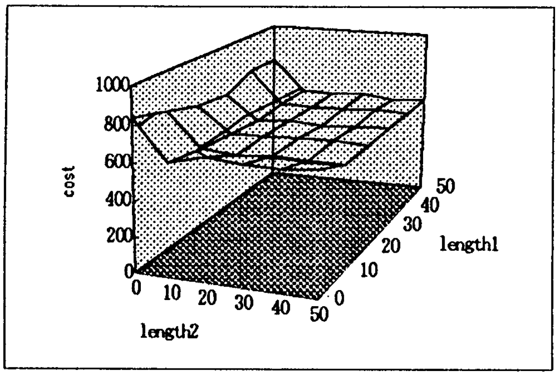

図１

Tabu Search のコスト	238	277	258	259	265
局所解を発見した反復回数	3590	4037	505	2854	1586
厳密解のコスト	213	255	240	250	255
相対誤差	11%	8.6%	7.5%	3.6%	3.9%

図２