5T−7

創発的計算のためのモデル CCM による制約充足問題などの独立並列処理法*

金田　泰
新情報処理開発機構 (RWCP) つくば研究センタ

1. はじめに

CCM [Kan 94a] は，創発的計算にもとづく問題解決法の確立をめざして開発した，非決定的 (ランダム) な計算のモデルである．この研究では，局所的・部分的な情報だけをつかった，たえず変化する環境のもとでのひらかれた計算をめざしている．

この研究はまだ初期段階にあるため，これまで CCM によって古典的な制約充足問題や最適化問題などをあつかってきた [Kan 94c] が，動的な問題への適用も検討してきた [Kan 94b]．この報告では，CCM にもとづく制約充足問題などのひとつの並列処理法についてのべる．

2. 計算モデル CCM

CCM (Chemical Casting Model, 詳細は [Kan 94a] などを参照) はプロダクション・システムにもとづくモデルであり，化学反応系とのアナロジーにもとづいている．プログラムは反応規則と局所秩序度とで構成される．反応規則は前向き推論によるプロダクション規則であり，局所秩序度は一種の評価関数である．いずれも局所的な情報をつかって計算される．局所秩序度は各原子または２個の原子間に定義されるが，これは負号をつけた原子間の結合エネルギーのようなものだとかんがえられる．反応 (反応規則の適用) は，それに関係するすべての原子の局所秩序度の和が反応によって減少しないときにだけおこる．いずれかの反応規則と原子のくみあわせが反応条件をみたすかぎり反応は連続しておこり，条件をみたすくみあわせが存在しなくなると反応は停止する．反応規則とデータは乱数をつかって選択される．

3. CCM による計算のマルコフ連鎖モデル

局所秩序度の平均値を平均秩序度とよぶ [Kan 94c]. システムは平均秩序度を計算するわけではないが，それが増加する方向に揺動的 (stochastic) に動作する．

平均秩序度 (大域秩序度) の変化はマルコフ連鎖によって近似できることが実験的にわかっている [Kan 93b]．ここでは平均秩序度が離散値をとると仮定する (連続値をとるときのあつかいは [Kan 93a])．反応がおこるたびに時刻が１ずつすすむとし，時刻 t における平均秩序度 $O(t)$ を確率変数とする．$O(t)$ が i という値をとる確率をつぎのようにあらわす．

$$p(O(t)=i) \quad \left(\sum_{i=0}^{\mathrm{I}} p(O(t)=i) = 1 \text{ がなりたつ}\right)$$

$p(O(t)=i)$ $(i = 0, 1, \ldots, \mathrm{I})$ を要素とするベクトルを $\boldsymbol{p}_t$ とすると，つぎの関係がほぼなりたつ．

$$\boldsymbol{p}_{t+1} = T\,\boldsymbol{p}_t\,.$$

遷移行列 T はI行I列の行列であり，その値は時刻によらない．このように平均秩序度の時系列をマルコフ連鎖によって近似できる理由はわかっていない．

T の固有値を $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{\mathrm{I}}$ $(|\lambda_0| \ge |\lambda_1| \ge \ldots \ge |\lambda_{\mathrm{I}}|)$ とすると，$\lambda_0 = 1$ がなりたつ [Mor 79]．また，T^n はつぎのように表現できる [Mor 79].

$$T^n = T_0 + \lambda_1{}^n T_1 + \lambda_2{}^n T_2 + \ldots + \lambda_{\mathrm{I}}{}^n T_{\mathrm{I}}\,.$$

おおくのばあい $|\lambda_1|$ は１に十分にちかいが $|\lambda_2|, \ldots, |\lambda_{\mathrm{I}}| << 1$ がなりたつ．そこで $\lambda_2 = \lambda_3 = \ldots = 0$ と近似すると，解以外の状態 (非吸収状態) にいる確率が時間がたつにつれて指数的に減少するので，停止するまでの計算時間は指数分布にしたがう．これが近似的になりたつ例を図１にしめす．

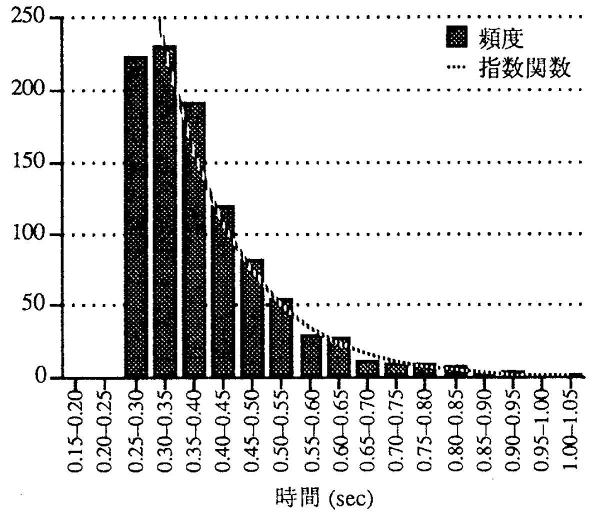

図１ エイト・クウィーン問題の計算時間分布例

* A Method of Independent Parallel Processing of Constraint Satisfaction and Other Problems using CCM: A Model for Emergent Computation, by Yasusi Kanada, Real-World Computing Partnership. E-mail: kanada@trc.rwcp.or.jp.

4. 独立プロセスによる線形加速

並列処理の方法はつぎのとおりである．M 台のプロセッサをもつ並列計算機の各プロセッサに同一のプログラムと初期状態をあたえる．これらで独立に計算をおこない，最初に停止したものの解を採用して他の計算はうちきる．このうちきりのためだけにプロセッサ間通信をおこなうが，ほかには計算中の通信は必要ない．ここで重要なのは，各プロセッサが独立な乱数を使用することである．逐次処理時間が指数分布にしたがうなら，性能は M に比例する．

この方法によって線形な加速が実現される理由は，直観的にはつぎのように説明できる．解の探索空間が十分ひろければ各プロセッサは探索空間内のことなる場所を探索するので，性能は台数に比例する．また，理論的な根拠はつぎの定理である．

定理：確率変数 $X_1, X_2, \ldots, X_m$ が指数分布 $p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ にしたがうなら，$min(X_1, X_2, \ldots, X_m)$ は指数分布 $p_m(x) = m\lambda e^{-m\lambda x}$ にしたがう．(証明略)

この定理により，逐次処理時間が指数分布 $p(x)$ にしたがうならば，並列処理時間は指数分布 $p_M(x)$ にしたがう．ゆえにその平均値も $1/M$ になる．

5. シミュレーション

まず制約充足問題について検討する．N クウィーン問題 [Kan 93b] の計算時間は図 1 のようにほぼ指数分布にしたがうから，図 2 (逐次 CPU 時間から推定) のように線形にちかい加速が実現される．問題の規模すなわち N がちいさいときには線形性がなりたつ範囲がせまいが，N が増大するとその範囲がひろがる．また，地図やグラフ頂点の彩色問題 ([Kan 94b], 図 6) においても同程度の加速が実現された．

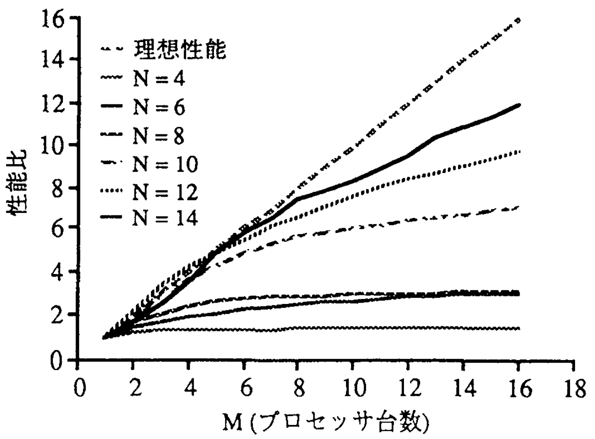

図 2　N クウィーン問題における並列処理の効果 1

ただし，制約充足問題においてつねにこのような加速が実現されるわけではない．ソートは制約充足問題の一種だといえるが，交換ソートは M をふやしてもあまり計算時間がかわらない．しかも問題の規模がおおきいとかえって線形からはずれる．N クウィーン問題においても，触媒数 [Kan 94c] をふやして非局所的な情報をつかうようにしたプログラムにおいては，図 3 のように加速率がひくい．

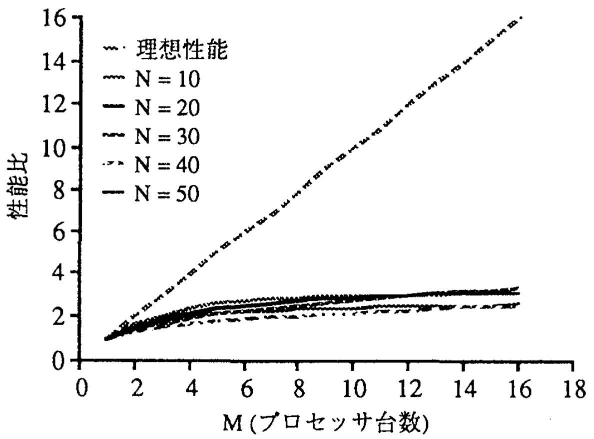

図 3　N クウィーン問題における並列処理の効果 2

つぎに，最適化問題について検討する．整数計画問題，巡回セールスマン問題などにおいては，計算時間は指数分布にしたがわず，線形にちかい加速は実現されない．この並列処理法が有効であるような最適化問題が存在するかどうかはわかっていない．

6. 結言

CCM にもとづく計算においては計算時間がほぼ指数分布にしたがうばあいがあり，そのときは独立な並列処理によってプロセッサ台数にほぼ比例する性能向上が期待できることがわかった．今後これを実際の並列計算機においてたしかめるとともに，線形加速が実現される問題の範囲をさらにしらべたい．

参考文献

[Kan 92] 金田 泰：コンピュータによる自己組織系のモデルをめざして，*第 33 回プログラミング・シンポジウム*．

[Kan 93a] 金田 泰：プロダクション規則と局所評価関数による最適化，*SICE システム工学部会研究会*，1993.2.

[Kan 93b] 金田 泰：確率過程としての計算 — 計算過程のマクロ・モデルの必要性とその例 —，*情報処理学会プログラミング研究会*，1993.3.

[Kan 94a] Kanada, Y., and Hirokawa, M.: Stochastic Problem Solving by Local Computation based on Self-organization Paradigm, *27th Hawaii Int. Conf. on Sys. Sci.*, 82–91, 1994.

[Kan 94b] 金田 泰：創発的計算のためのモデル CCM による動的なグラフ彩色，*人工知能学会並列人工知能研究会* SIG-PPAI-9401, 7–12, 1994.

[Kan 94c] 金田 泰：創発的計算のためのモデル CCM による問題解決における局所性の制御法，*SWoPP '94 (情報処理学会人工知能研究会)*, 94-AI-95-4, 1994.

[Mor 79] 森村 英典，高橋 幸雄：*マルコフ解析*，OR ライブラリー 18，日科技連，1979.