

## グラフ上の変形操作を用いた経路関数従属性のカバーリング導出一手法

3 V-3

山田 光博

NTT情報通信研究所

## 1. まえがき

Wedell等によって複合オブジェクトモデルが提唱されている<sup>(1,2,3)</sup>。特に文献(1)では、関係モデルにおける関数従属性に対応する経路関数従属性を提案し、その健全かつ完全な導出律を示している。文献(1)では更に、これらの導出律に関する閉包を求める手法を提案している。しかし経路関数従属性の左辺から冗長な属性を排除する手法は提案されていない。

本稿では、経路関数従属性の集合Fが与えられた場合に、各経路関数従属性の左辺から冗長な属性を排除し、更に冗長な経路関数従属性をFから排除したカバーリングを求める手法を提案する。提案手法の特徴は、クラススキーマおよびその上の経路関数従属性を、文献(4)と同様の超グラフに類似のモデルで表現し、このモデル上の変形操作を用いてカバーリングを求める点である。

## 2. 基本的事項

$S$ をクラスの集合とし、 $P_{ij}$ をクラス $C_i$ からクラス $C_j$ への一価関数とする。このときクラススキーマを $\bigcup_{C \in S} \{P_{i1}:C_1, \dots, P_{ij}:C_j, \dots, P_{in}:C_n\}$ で表現する<sup>(5)</sup>。また、経路関数(Path Function)( $pf$ )を以下で定義する。

[経路関数]<sup>(6)</sup>

以下を満たす最小の集合PFを経路関数集合とする。

- (1)  $Id \in PF, \forall i \forall j$ に対して  $P_{ij} \in PF$
- (2)  $pf_1, pf_2 \in PF$  のとき  $pf_1$  の終点 =  $pf_2$  の始点  $\Rightarrow pf_1 \circ pf_2 \in PF$ 。以降クラスCを始点とする経路関数の集合を  $PF(C)$  で表す。

[クラススキーマのインスタンス]<sup>(7)</sup>

以下を満たす有向グラフ  $G=G(V, E)$  をクラススキーマのインスタンスと呼ぶ。(1)各クラスのインスタンスに対して、頂点が唯一に対応し(2)クラス間経路関数に始点および終点のクラスのインスタンスに対応する頂点間の有向枝が対応する。

[経路関数従属性(PFD)]<sup>(8)</sup>

クラスCを始点とする経路関数  $pf_1, \dots, pf_n$  に対して経路関数従属性C ( $pf_1 \cdots pfm \rightarrow pfm+1 \cdots pf_n$ ) の成立を以下で定義する。  
 $u, v$ をその所属するクラスがCであるG上の頂点とする。 $u.pfi = v.pfi$  ( $1 \leq i \leq m$ ) (但し、 $u.pfi, v.pfi$  は有向枝  $pfi$  の始点をそれぞれ $u, v$ とした場合の終点。) のとき、 $u.pfj = v.pfj$  ( $m+1 \leq j \leq n$ ) が成立する。

[経路関数従属性の導出規則]<sup>(9)</sup>

X, Y, Z等で経路関数の集合を表し、Fで経路関数従属性の集合を表すものとする。

PF1  $Y \subseteq X \Rightarrow C(X \rightarrow Y)$ .

PF2  $C(X \rightarrow Y), C(X \rightarrow Z) \in F \Rightarrow C(X \rightarrow YZ) \in F$ .

PF3  $C(X \rightarrow Y), C(Y \rightarrow Z) \in F \Rightarrow C(X \rightarrow Z) \in F$ .

PF4  $C \in S, P \in PF(C)$  のとき、 $C(Id \rightarrow P) \in F$ .

---

A Method for Derivation of Covering of Path Functional Dependencies  
 Mitsuhiko Yamada  
 NTT Information and Communication Systems Labs

PF5  $pf \in PF(C)$  かつ  $pf$  の終点は  $C_2$  とする。更に、 $C_2 (X \rightarrow Y) \in F$  が成り立つとき、 $C_1 (pf \cdot X \rightarrow pf \cdot Y) \in F$  に対して、 $PF_1 \sim PF_5$  に関する閉包を  $F'$  で表現する。更に、PFDのカバーリングを定義するために以下の諸概念を定義する。以降、PFDの右辺は単一の経路関数からなるものとする。PF2によりこの仮定は一般性を失わない。

## [冗長な経路関数従属性]

$C(X \rightarrow Y) \in [F - C(X \rightarrow Y)]$  なる  $C(X \rightarrow Y)$  を冗長な経路関数従属性とよぶ。

## [経路関数従属性の左辺の冗長な経路関数(属性)]

$C(X \rightarrow Y)$  に対して、 $pf \in X$  で  $X - pf \rightarrow X' \in F'$  が成り立つとき  $pf$  を冗長な経路関数と呼ぶ。但し、 $X'$  は  $\exists pf_1, \dots, pf_n$  に対して  $Pf_1$

## [経路関数従属性集合Fのカバーリング]

経路関数従属性集合Fに対して、各経路関数従属性に対して左辺から冗長な経路関数を削除し、冗長な経路関数従属性を削除了ものをFのカバーリングと呼ぶ。

## 3. クラススキーマの超グラフ表現

$P_{ij}$  は始点のクラス名・終点のクラス名からなるラベルを持ち、 $pf = P_{ij} o P_{jk} o \dots o P_{mn}$  は、 $P_{ij}$  の始点のクラス名・ $P_{jk}$  の始点のクラス名… $P_{mn}$  の始点クラス名・ $P_{mn}$  の終点のクラス名からなるラベルを持つものとする。ここでクラススキーマ  $\bigcup_{C \in S} \{P_{i1}:C_1, \dots, P_{ij}:C_j, \dots, P_{in}:C_n\}$  およびその上の経路関数従属性集合Fを超グラフ  $H = H(V, E, HE_1, HE_2, E_2)$  を用いて表現する。

- (i) 各  $pf$  ( $P_{ij}$  をも対象とする) に対し、 $v \in V$  を唯一つ対応づける
- (ii) ラベルの先頭クラス名が同一のCである  $v$  からなる集合を超枝  $he_2(C) \in HE_2$  とする。以降これをスキーマ表現超枝とよぶ。

(iii) PFDの左辺が複数の経路関数の集合  $\{pf_1, \dots, pf_n\}$  からなるとき、これに対応するVの元の集合を超枝  $he_1 \in HE_1$  とする。

- (iv)  $he_1$  を始点とし、 $v \in he_1$  を終点とする有向枝および  $he_2$  ( $\in HE_2$ ) を始点とし  $v \in HE_2$  を終点とする有向枝を  $E_1$  の元とし、ラベルを  $1'$  とする。

(v) PFDの各元に対し、その左辺に対応する頂点または超枝から右辺に対応する頂点への有向枝を対応付け、 $E_1'$  の元とする。但し、 $E_1'$  の元のラベルは  $1$  とする。

(vi)  $E = E_1' \cup E_1$  とする。

(vii)  $\exists v \in he_2, \exists v' \in he_2', v$  のラベル中最終のクラス名 =  $v'$  のラベル中先頭のクラス名のとき、有向枝  $(he_2, he_2') \in E_2$  とし、そのラベルは  $v$  のラベルの最終のクラス名とする。

## 4. 超グラフ上変形規則

本節では、PFDの導出律をH上で表現するための変形規則について述べる。規則IはPF3に規則IIはPF2に規則IIIはPF5に規則IVはPF4にはほぼ対応する。

規則I:  $Vx, Vy \in V \cup HE_1 \cup HE_2, Va \in V \cup HE_2$  に対し、 $(Vx, Vy) \in E_1, (Vy, Va) \in E_1'$  の場合には、 $(Vx, Va)$  を  $E_1'$  に加える。 $(Vx, Va)$  のラベル付けは以下の通りに行う。

- (1)  $(Vx, Va) \in E_1'$  ( $Vx, Va$ ) のラベル  $\alpha$  のとき、 $(Vx, Va) (\in E_1')$  のラベルに  $1'$  を加える。  
 但し  $1'' + 1'' = 1''$  が成り立つものとする。
- (2)  $(Vx, Va) \in E_1'$  ではないとき、 $(Vx, Va)$  を  $E_1'$  に加え、そのラベルは  $1''$  とする。

規則II :  $\forall x \in V \cup HE1, \forall y_1 \dots y_n \in HE1 \cup HE2$  ( $y_i \in V$ ) に対し,  $(Vx, Vy_i) \in E1$  ( $i = 1, \dots, n$ ) かつ  $\exists i$  に対して  $(Vx, Vy_i) \in E1'$  のとき  $(Vx, Vy_1 \dots y_n)$  (ラベル1"とする) を  $E1'$  に,  $(Vx, Vy_i) \in E1''$  ( $i = 1, \dots, n$ ) のとき  $(Vx, Vy_1 \dots y_n)$  (ラベル1"とする) を  $E1''$  に加える.

規則III :  $he(Ai) \in HE2$  をラベルの先頭が,  $Ai$  である頂点の集合である超枝とする.

①  $he(Ai), he(Aj) \in HE2, (he(Ai), he(Aj)) \in E2, Va1, Va2 \in he(Aj), (Va1, Va2) \in E1$  のとき,  $he(Ai)$  内に  $Va1, Va2$  を加え (それぞれラベルは  $(Label(Va1') - Label(he(Ai), he(Aj))) \cdot Label(Va1), (Label(Va2') - Label(he(Ai), he(Aj))) \cdot Label(Va2)$  とする. 但し,  $Va1'$  オよび  $Va2'$  はラベルの最終クラス名が  $Label(he(Ai), he(Aj))$  と一致する  $he(Ai)$  の元),  $(Va1, Va2)$  を  $E1$  に加える. (ラベルは  $(Va1, Va2)$  と同一とする.)

②  $he(Ai), he(Aj) \in HE2, (he(Ai), he(Aj)) \in E2, he1 = [Va1, \dots, Van] \subseteq he(Ai), Van+1 \in he(Ai), (he1, Van+1) \in E1$  のとき,  $he(Ai)$  内に  $Vai$  ( $i = 1, \dots, n+1$ ) と超枝  $[Va1, \dots, Van]$  を加える. 頂点  $Vai$  のラベルは  $(Label(Vai') - Label(he(Ai), he(Aj))) \cdot Label(Vai)$  とする. 但し  $Vai'$  はラベルの最終クラス名が  $Label(he(Ai), he(Aj))$  と一致する  $he(Ai)$  の元. 有向枝  $([Va1, \dots, Van], Van+1)$  には  $he(Aj)$  における有向枝  $([Va1, \dots, Van], Van+1)$  のラベルと同一のラベル付けを行うものとする.

③  $he(Ai), he(Aj) \in HE2, (he(Ai), he(Aj)) \in E2, (he(Aj), Va) \in E1'$  のとき  $he(Ai)$  に頂点  $Va'$  を, 有向枝  $(Vbi, Va')$  を  $E1$  に加える. 但し,  $Vbi$  はそのラベルが  $Ai \cdot Label(he(Ai), he(Aj))$  なる  $V$  の元.  $Va'$ ,  $(Vbi, Va)$  のラベルはそれぞれ,  $Ai \cdot Va$  ( $\in he(Aj)$ ) のラベル, 1"とする.

規則IV  $he2(C)$  に対して,  $v \in he2(C)$ ,  $he1 \subseteq he2(C)$  なる  $v$ ,  $he1$  へ有向枝  $(he2(C), v)$  オよび  $(he(C), he1)$  を加え, ラベルは 1"とする.

## 5. 閉包およびカバーリングの導出手法

本節では, PF集合に非閉路性を仮定する.

### 5-1 閉包の導出手法

$H$  上の規則I~規則IVに関する閉包 $T^H$ を  $\bigcup_{\gamma} \gamma(T_1, T_m, T_n, T_r)$  ( $H$  (但し  $x, y, z, w$  は  $x, y, z, w$  の単項式とし,  $T_i$  は規則iによる変形を施す作用素とする.) で定義する. このとき  $X \in (lhs(F))'$ ,  $pf \in (rhs(F))'$  に対して  $X \rightarrow pf \in F' \Leftrightarrow (Vx, Vpf) \in T^H$ . 但し,  $(lhs(F))' = \{lhs(f)\}^3 pf_1, \dots, pf_n$  に対して,  $f = pf_1 \circ \dots \circ pf_n$ ,  $f \in F$ ,  $(rhs(F))' = \{rhs(f)\}^3 pf_1, \dots, pf_n$  に対して,  $f = pf_1 \circ \dots \circ pf_n$ ,  $f \in F$ . 冗長な経路関数従属性および経路関数従属性の左辺上の冗長な経路関数を判別するためには  $H$  の閉包 $T^H$ を求めることが必要となる. 以下に  $H$  上の閉包を求めるための手法を示す.

[手法1: $H$  の閉包を求めるための手法]

step0 クラススキーマ  $C(S)$  に対して, スキーマ表現グラフを作成する.

step1  $G = G(HE2, E3)$  上で  $HE2$  の各元に対して, 位相的順序を付与する.

step2  $HE2$  の各元  $he2$  に対して位相的順序の逆順に従って以下を行う.

step2-1  $H$  の  $he2$  への制限  $H \setminus he2 = (V \cap he2, E1 \setminus he2, HE1 \setminus he2, he2, \phi)$  における規則I, 規則IIに関する閉包  $\bigcup_{\gamma} \gamma(T_1, T_m, T_r)$  ( $H \setminus he2$ ) を求める.

step2-2  $(hei, he2) \in E2$  なる  $hei$  に対して, 規則IIIを適用し,  $hei$  にそれにより導かれる頂点と有向枝を加える.

step2-3 step2-2で頂点或は有向枝を加えた超枝  $he2 \in HE2$  に対して, 規則IVを適用する.

### 5-2 カバーリング導出手法

カバーリング導出には, 冗長な経路関数従属性および冗長な経路関数の削除が必要であるが, それぞれ超グラフ  $H$  上では以下の通り特徴づけされる.

経路関数従属性  $f$  が  $F$  上で冗長  $\Leftrightarrow f \in [F - \{f\}]^*$ .

$\Leftrightarrow e \in^T [H - \{e\}]$  但し  $e = (V_{has0}, V_{had0})$

$\Leftrightarrow e \in [H - \{e\}]e'$  但し  $[H - \{e\}]e'$  は  $e$  が含まれるスキーマ表現超枝およびそれより位相的順序が大きいスキーマ表現超枝に対して手法1のstep2を適用したもの.

経路関数従属性  $f$  の左辺の経路関数  $pf$  が冗長  $\Leftrightarrow lhs(f) - pf \rightarrow pf \in F^*$

$\Leftrightarrow e \in^T [H - \{e\}]$  但し  $e = (V_{has0}, V_{phd0}) \in E1''$ ,

$\Leftrightarrow e \in [H - \{e\}]e'$  但し  $[H - \{e\}]e'$  は  $e$  が含まれるスキーマ表現超枝およびそれより位相的順序が大きいスキーマ表現超枝に対して手法1のstep2を適用したもの.

以上により, 冗長な経路関数従属性および冗長な経路関数の削除を行うためにはそれらに対応する  $H$  上の有向枝が含まれるスキーマ表現超枝以上の位相的順序を持つスキーマ表現超枝上に手法1のstep2を適用することが必要である. これにより以下の手法2を得る.

手法2 : カバーリングの導出手法

step0 クラススキーマ  $C(S)$  に対して, スキーマ表現グラフを作成する.

step1  $G = G(HE2, E3)$  上で  $HE2$  の各元に対して, 位相的順序を付与する.

step2  $HE2$  の各元  $he2$  に対して位相的順序の逆順に従って以下を行う.

step2-1  $H$  の  $he2$  への制限  $H \setminus he2 = (V \cap he2, E1 \setminus he2, HE1 \setminus he2, he2, \phi)$  における規則I, 規則IIに関する閉包  $T^H$  を求める.

step2-2  $(hei, he2) \in E2$  なる  $hei$  に対して, 規則IIIを適用し,  $hei$  にそれにより導かれる頂点と有向枝を加える.

step2-3 step2-2で頂点或は有向枝を加えた超枝  $he2 \in HE2$  に対して, 規則IVを適用する.

step2-4  $e \in^T [H \setminus he2 - \{e\}]$  なる  $e$  ( $\in E1 \setminus he2$ ) を削除する.

step3 step2終了時点の  $H$  と step0 での  $H$  の共通部分を求める

### 6. むすび

本稿では, 経路関数集合が閉路を持たないという仮定のもとでクラススキーマ上に与えられた経路関数従属性集合から, そのカバーリングを求める手法を提案した.

### 文献

(1) Weddell, G. E.: Reasoning about Functional Dependencies Generalized for Semantic Data Model, ACM TODS Vol 17, 1 (1992)

(2) Weddell, G. E.: A Theory of Specialization Constraints for Complex Objects, proc. of 3rd ICDT (1990).

(3) 伊藤, 中西:複合オブジェクトモデルにおける型制約の導出について, 信学技報, COMP92-37 (1992).

(4) 山田, 中川: 関数従属性と包含従属性の相互作用をも対象とした場合の正規形データベーススキーム作成手法, 情処研究会資料, 93-FI-32-2 (1993).