

# 三面図の曖昧性除去における二分決定グラフの利用

1 J-5

正木 寛人†

石塚 満†

奥乃 博†

†東京大学工学部電子情報工学科

‡NTT 基礎研究所

## 1 はじめに

三面図は3次元物体の2次元平面上での表現として、歴史的に広く用いられてきた経緯がある。ただ、本来3次元空間に存在するものを2次元平面上へ写像するため、三面図が曖昧になるケースが存在し、その際には対応する3次元モデルが一意に定まらないという不都合が生じる。

この不都合を克服するために、対応する3次元モデルを一意に生成するためにヒューリスティクスを用いる研究も存在するが、我々はこれまで三面図の曖昧性の除去に物体表現の観点から取り組んできた [9]。

3次元物体のその他の表現法として、位相的に異なるすべての可能な面図を節点とし、それらの間の可能な遷移関係に対して枝を張った aspect graph [9] と呼ばれるものがある。我々は、aspect graph が有する表現力の完全性を情報量の冗長性をできるだけ避けながら三面図に反映させること、つまり生成用の表現と認識用の表現の統合を目指す観点にたつて研究を進めている。なお本稿で扱う3次元物体のクラスは、多面体のうち複数に分離していないもの(多様体)に限るものとする。

## 2 三面図の曖昧性の所在

三面図から対応する3次元モデルを復元する方法には様々なものがある [4] が、我々は三面図から候補物体要素(面・稜線)を列挙し(所望のモデルには存在しないはずの要素も含まれる)、その後不必要な要素を除去するための探索過程を置く、という方法を踏襲する。

この探索過程にも様々なものがあるが、佐々木らは列挙された候補面と候補稜線にそれぞれ  $f_i$  と  $e_j$  という論理変数を割り当て、それらが所望の3次元モデル中に存在するときに真となるものとし、候補物体要素で張られる問題空間の探索規則を定式化されている擬似ブール代数式で立式した後、それを汎用の擬似ブール代数解法である Hammer 法で解く方法をとった [2]。探索過程の擬似ブール代数による定式化に関しては文献 [2] を参考にされたい。また、従来の多くの研究事例が同様の規則をそれぞれの考えのもとにスケジューリングして試行錯誤に適用していたのに対し、この方法では擬似ブール代数で定式化された規則により立式された連立式を擬似ブール代数式の汎用解法で一括して解を求めているところが特徴となっている。

## 3 二分決定グラフ

二分決定グラフ(以下 BDD と略記)は論理関数のコンパクトな表現法であり [4, 5]、入力変数と最終的な論理関数

Eliminating Ambiguities in Three Orthographic Views Using Binary Decision Diagrams  
Hiroto MASAKI, Mitsuru ISHIZUKA, Hiroshi G. OKUNO  
Dept. of Info. & Commun. Eng., Univ. of Tokyo  
7-3-1, Hongo, Bunkyo-Ku, Tokyo 113, Japan

値を節点とし、入力変数のとる値を枝とすることで、論理関数の Shannon 展開 ( $f = \neg x \wedge f_{x=0} \vee x \wedge f_{x=1}$ ) を有向グラフ表現したものである(図1参照)。

BDDの主な特徴は3つある:(1)入力変数の順序を固定したときにその論理関数の標準形となる,(2)多くの実用的に重要な論理関数に対してコンパクトなサイズとなる,(3)論理関数に対する演算がグラフのサイズにほぼ比例する時間で行える。また、BDDが全解を同時に表現していることに起因して、複数の解の比較、内包表現と外延表現の比較、制約条件の付加、などが容易に行える。これらの機能は、解を求める際にバックトラックを引き起こす探索プログラムでは効率的になし得ないと考えられるため、BDDを効果的に応用する際の重要な指針となっている [6]。

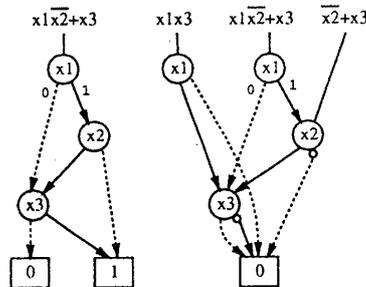
## 4 三面図の曖昧性の除去

### 4.1 BDDの適用

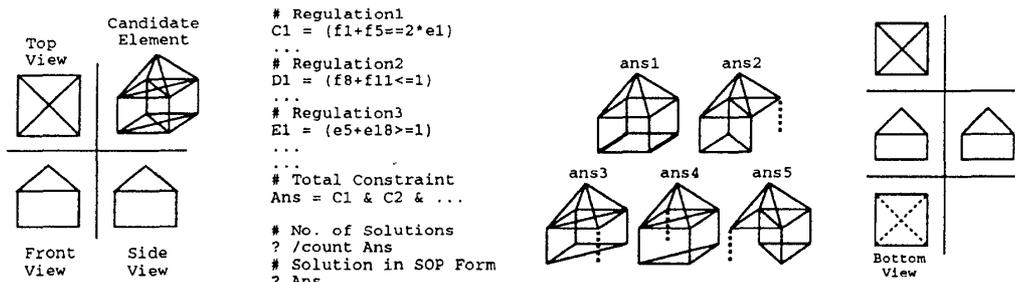
我々はまず連立擬似ブール代数式の処理の部分にBDDを適用し、復元処理の高速化を図る。またBDDを適用する場合には、制約を付加しているどの時点においても、BDDはその時点における候補物体要素の状態(存在/非存在)の状態の可能な組み合わせを陰に表現している。そのため、例えば全制約を付加し終わって解を求めるときにはBDDのTrue節点(図中の1)へのすべてのパスを列挙することになる。なお、解の列挙を含めBDDの処理は、算術論理式をも許すBDDパッケージであるBEM-II [7]を使用する。図2(a)に示した三面図のBEM-IIによるコーディングを図2(b)に示す。BEM-IIで解を求めると、5つの解が得られる。各々に対する3次元モデルを図2(c)に示した。

### 4.2 面図の追加による三面図の曖昧性の除去

さらに我々は、曖昧な三面図とユーザの指定する所望の3次元モデルとの間に欠けている情報を面図を追加する形(例えば、図2(d))で補完することを目指す。この機能



(a)  $x_1x_2 + x_3$  の ROBDD, (b) SBDD  
図1: 二分決定グラフ



(a) 三面図, (b) BEM-II によるコーディング, (c) 解, (d) ans1 に対する面図の追加  
 図 2: 曖昧な三面図に対する情報量の補完 ((c) の太線・点線は注目要素の例)

は、三面図がもつ情報量を完全なものにするために補助面図を追加することに相当する。

以降では、追加面図の視線方向を決定するために、注目すべき物体要素(注目要素と呼ぶ)をユーザに提示するための方法を示す(候補物体要素に対して割り当てられている論理変数レベルでの判定法であるため、視線方向を唯一に決定することはできない)。なお以降での説明のため、曖昧な三面図からは 3 次元モデルが複数 ( $n+1$  個) 生成されるものとし、これらを例えば  $M_0, M_1, M_2, \dots, M_n$  という添字により表現することとする。また、ユーザが指定するモデルに関しては添字 0 で表現する。

1. 候補物体要素に割り当てられているすべての論理変数  $x$  に対して、その真偽の意味が逆であるような新たな論理変数  $x'$ (つまり所望の物体中に存在しない場合に真となり、存在する場合に偽となる)を用意する。これは、最終的な解を表現している BDD に対して、

$$e.g.) x \oplus x' == 1 \quad (\oplus : \text{排他的論理和})$$

という形の制約を新たに付加すればよい。

2. 上記で得られた BDD から、任意の 3 次元モデルに対して真である論理変数をモデル毎に列挙し、これらで構成される集合  $M_i$ (状態集合と呼ぶ)を作成する。なおこれ以降では、列挙された論理変数を単にリテラルと呼ぶ。

$$e.g.) M_i = \{e1, e2, e3', \dots, f1', f2, f3, \dots\}$$

3. 指定された 3 次元モデルとその他の各 3 次元モデルとの間で、候補物体要素の状態が反転しているものから構成される集合  $M_i^*$ (反転要素集合と呼ぶ)を求める。この操作は、以下のようにして実現できる。

$$M_i^* = M_i - M_0$$

4.  $n$  個の反転要素集合の直積をとり、得られた集合の各要素に対してそれを構成している全リテラルの重み (1) の和を計算し、重み最小の要素を構成しているリテラルを注目要素とする。
5. 重み最小の要素が 1 つであれば、その構成リテラルが追加面図において注目すべき最も妥当な物体要素となる。また、重み最小の要素が複数の場合には、それらの間の「妥当さ」は同じものと考えられる。

上記の考え方の本質は、入力された三面図が指定された 3 次元モデルに対応するためには、その他の 3 次元モデルとの違いに注目して、違いを引き起こしている物体要素を中心に見ればよいというものである。また考え方を集合のレベルで述べたが、これは集合を効率的に表現する BDD として提案されている 0-Sup-BDD [9]を用いたり、あるいは集合を論理関数のオンセットととらえて通常の論理関数レベル(通常の BDD)で処理するなどの方法で実現できる。

### 5 おわりに

本稿で、三面図の効率的復元やその曖昧性除去に関して二分決定グラフ(BDD)を用いることを提案した。三面図の需要は減っていく傾向にあるが、人間にとって可読性が高い、歴史的蓄積があるなどの理由から、曖昧性除去まで含めた自動復元を行う必要は依然として存在するものと考えている。現在は計算機上への実装を進めており、復元速度の実験なども行う予定である。

最後に、BEM-II の使用をお許し頂いた NTT LSI 研究所 湊真一氏、三面図の擬似ブール代数展開の情報を頂いた上智大学 伊藤潔先生、aspect graph について教えて頂いた岡山大学 松山隆司先生に感謝致します。

### 参考文献

- [1] 伊藤 潔: 三面図を用いたソリッドモデルの構成-主に多面体を対象として-, 情報処理学会誌, pp.1095-1106, 1990.
- [2] 佐々木 康仁ら: 非線形擬似ブール代数解法による三面図からの物体の自動合成, 情報処理論文誌, pp.699-708, 1989.
- [3] K.W.Bowyer et al.: Aspect Graphs: An Introduction and Survey of Recent Results, *Intl. J. of Imaging Systems and Tech.*, pp.315-328, 1990.
- [4] S.B.Akers: Binary Decision Diagrams, *IEEE Trans. Comput.*, pp.509-516, 1978.
- [5] R.E.Bryant: Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation, *IEEE Trans. Comput.*, pp.677-691, 1986.
- [6] 奥乃 博: 二分決定グラフによる探索型組合せ問題の解法での組合せ的爆発抑制法, 情報処理論文誌, Vol.35, No.5, pp.739-753, 1994.
- [7] 湊 真一: BEM-II: 二分決定グラフを用いた算術論理式計算プログラム, 信学技法, COMP92-75, 1993.
- [8] Shin-ichi Minato: Zero-Suppressed BDDs for Set Manipulation in Combinatorial Problems, *ACM/IEEE 30th DAC*, pp.272-277, 1993.
- [9] 正木 寛人ら: 二分決定グラフによる三面図からの 3D モデルの解釈, 第 8 回人工知能学会 全大, pp.693-696, 1994.