

# 曲面稜線による自由曲面形状の解析

4R-1

## -映像稜線の導入とその性質-

東京電機大学 ○渡辺由美子 斎藤 剛 豊田工業大学 東 正毅

### 1 はじめに

自動車ボディや家電品等に用いられる意匠的な曲面形状には、デザイナの美的意図を満たし、ハイライトや周囲風景の写り込みに歪のない高品位な曲面が要求されてる。近年になり、このような意匠形状設計の分野にも CAD システムが導入され、デザイナの創造活動に対するコンピュータ支援が部分的には実現されるようになった。

このように、意匠形状設計 CAD システムを用いて、デザイナが意匠曲面創成を行う場合、デザイナの意図や感覚を、直接、デザイナの言葉や方法で指示できることが重要である。また、デザイナによる評価のために、デザイナの感覚に合った形態で曲面の性質を呈示できることが CAD システムに求められる。このためには、自由曲面で構成される意匠形状の特徴を何でとらえ、それがデザイナのイメージとどう対応するかを明らかにする必要がある。これらが体系化されれば、デザイナのイメージから直接、内部モデルを生成、修正することが可能となる。

従来の曲面形状に関する研究では、その表現式に関するものや、生成された曲面の表示・評価に関するものが多い。後者は、ガウス曲率および平均曲率の表示、曲率分布のカラーマップや曲率線、*focal Surface*などである。しかし、曲面形状の特徴を何でとらえ、これをどう表現するかに関しての研究は少ない。筆者らは、この目的のために、自由曲面に稜線なる概念を導入し、曲面の性質の可視化を行ってきた<sup>1-3)</sup>。曲面稜線を曲面固有の稜線と視点に依存した稜線に分類し、その性質の幾つかを報告した。

本報告では、曲面の評価に重要な要素である「写り込み映像」の性質を表す新たな特徴量を導入し、その稜線を定式化する。これにより、写り込み映像の対称

表 1 曲面稜線の種類

	稜線	稜線を定める特徴線
固有	曲面固有稜線	等主曲率線
環境依存	断面稜線	等断面曲率線
	尾根谷線/拡散光稜線	等傾斜線
	視点稜線	視点等傾斜線
	ハイライト稜線	等ハイライト線

線（映像対称線）や水平線の写り込み等に関する性質が明らかになる。

### 2 曲面稜線

曲面固有の性質と形状の見え方の関係を体系化するために、曲面上に、その特徴を示すスカラー量を考え、その等高線と等高線の尾根谷線、すなわち、この特徴量がピークとなる点列を示す稜線を導入した<sup>2,3)</sup>。

特徴量として、曲面固有の量としての主曲率、その曲面の置かれている環境により変わる量としての傾斜および拡散反射光輝度などがある。これらのスカラー値が一定となる線として、各々の特徴量の等高線が定義できる。さらに、その等高線の稜線として表1に示すものが定義できる。これらの典型的な例として、地形を表すために地図で用いられていた等高線があり、スカラー量として高さの値がとられ、この稜線が尾根谷線である。

以上に述べた等高線や稜線は微分方程式を用いて表され、これを数値積分することにより曲面上の曲線を得ることができる。例えば、従来の等高線に関しては、高さ方向のベクトルを  $\mathbf{h}$  とすると、スカラー量を示す高さの値は、

$$\phi = \mathbf{S} \cdot \mathbf{h} \quad (1)$$

となる。これを、パラメータ  $u, v$  で微分すると、次式のように等高線の微分方程式が得られる。

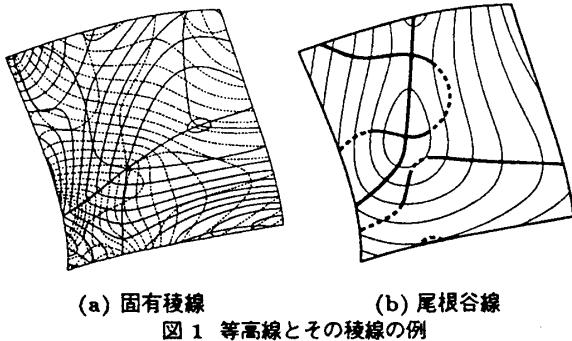
$$\phi_u du + \phi_v dv = 0. \quad (2)$$

この等高線の微分形と曲率線の微分方程式<sup>2,3)</sup>とを連立することにより、稜線の方程式

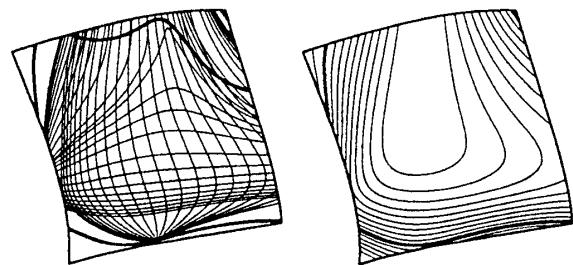
$$(MG - NF)\phi_u^2 - (GL - NE)\phi_u\phi_v + (LF - ME)\phi_v^2 = 0 \quad (3)$$

Analysis of Free-Form Surfaces by Surface Edges  
Yumiko WATANABE, Tsuyoshi SAITO

(Tokyo Denki Univ., 2-2 Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, 101)  
Masatake HIGASHI (Toyota Technological Institute,  
2-12-1, Hisakata, Tempaku-ku, Nagoya, 468)



(a) 固有稜線  
(b) 尾根谷線  
図 1 等高線とその稜線の例



(a) 格子映像と映像対称線  
(b) 反射光等傾斜線  
図 2 格子映像と反射光等傾斜線

が得られる。他のスカラー量も同様に、その値を微分方程式で定義できる。例として、図1に、主曲率をスカラー値とした固有稜線および高さをスカラー値とした尾根谷線を各々の等高線と共に示す。

### 3 格子映像線とその稜線

本節では、曲面評価に重要である映り込みに関係する性質を表す特徴線として、格子映像線に基づく格子映像稜線と映像対称線を導入し、その性質を述べる。

#### 3.1 格子映像線と映像対称線

位置  $\mathbf{Q}$  を含み、その法線が  $\mathbf{n}_f$  である平面を考え、その平面上に単位ベクトル  $\mathbf{n}_d$  を考える。この時、任意のスカラー量  $h$  に対して、点  $\mathbf{Q} + \mathbf{n}_d h$  を通り、 $\mathbf{n}_d$  に直交する直線の曲面  $\mathbf{S}$  上の映像は、次式を満たす。

$$\left( \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_f}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_f} \mathbf{r} - \mathbf{q} \right) \cdot \mathbf{n}_d = h. \quad (4)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{r} = 2(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{V} - \mathbf{S}}{|\mathbf{V} - \mathbf{S}|})\mathbf{n} - \frac{\mathbf{V} - \mathbf{S}}{|\mathbf{V} - \mathbf{S}|}, \quad (5)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{Q} - \mathbf{S}.$$

ここで、 $\mathbf{V}$  は、視点の位置ベクトルである。 $\mathbf{n}$  および  $\mathbf{n}_f$  を格子状に設定することにより、曲面上に格子の映り込み映像、すなわち、格子映像線を描くことができる。また、映像対称線は、互いに直交する 2 つの  $\mathbf{n}_d$  に対して、式(4)の微分形を連立させ  $du/dv$  を消去した式で定義される。図2(a)に格子映像線(細線)および映像対称線(太線)を示す。一方、式(4)の分母である  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_f$  も、曲面の特徴を表すスカラー量である。図2(b)にその等高線を示す。特に、これが 0 である曲線を太線で示した。これは、水平線の映り込みである。

#### 3.2 映像稜線

格子の一方向の直線群の映り込み映像を曲面上の等高線とみなし、その稜線を格子映像稜線と呼ぶことに

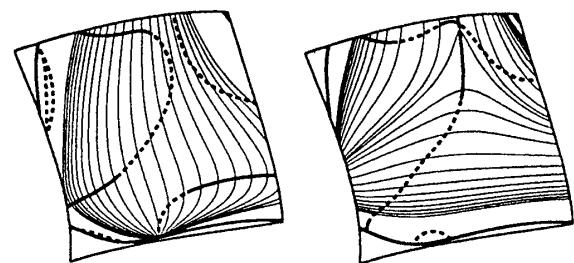


図 3 映像稜線の例

する。式(4)の左辺を  $\phi$  と置き、式(3)の  $\phi$  に代入することにより映像稜線が定義できる。

図3に、各格子方向における映像稜線(太線)を格子映像(細線)と共に示す。文献<sup>3)</sup>にて述べたが、式(3)で定義される曲線は、スカラー値の極値であるが、稜線とはならない部分を含む。太点線部がそのような部分である。図2(a)および図3から分るように、格子映像と直交する方向の曲率変化が大きい場所では、格子映像の変化も大きくなり、従って格子映像稜線が通る。このような部分で凹領域では、映像が折れ返る。従って、映像対称線の法線方向が格子の方向と一致する場合、格子映像稜線と映像対称線は一致する。

#### 4 おわりに

本稿では、曲面の評価に重要な要素である「写り込み映像」の性質を表す特徴量を格子映像を用いて導入し、その稜線を定式化した。これにより、映像対称線、水平線等が定式化できた。これらによる曲面分類などが残された課題である。

#### 参考文献

- 1) 東, 近藤:曲面の基本的性質の解明と美的意匠曲面の評価 -等主曲率線、曲率極値線による曲面解析、精密工学会誌, 59-3(1993)
- 2) 東, 岡本, 斎藤:曲面稜線による美的意匠曲面の解析と創成(第1報), 精密工学会 1993年春期大会予稿集。
- 3) 斎藤, 東, 岡本:曲面稜線による美的意匠曲面の解析と創成(第2報), 精密工学会 1993年春期大会予稿集。