TSPニューラルネットの実行可能性改善法の相互比較

6H－6

薛　念祖　　山本　啓了　　大堀　隆文　　渡辺　一央
北海道工業大学　電気工学科

1　はじめに

ホップフィールドらは、相互結合型ニューラルネット(NN)のエネルギー関数が状態推移毎に必ず減少する性質を利用して巡回セールスマン問題(TSP)の近似解法を提案した [1]。しかし、エネルギー関数として経路長と巡路条件の重みつき和であるペナルティ関数を用いているため、経路長を短くしようとすると巡路条件を満足しない解が多く出現する欠点があった。

非巡回経路の実行可能性を改善するために、著者らは (*a*) 乗数法 [2]、(*b*) ペナルティ制御法 [3]、秋山は (*c*) 支援因子法を導入した [4]。本論文では、これらの手法の相互関係を明らかにし、数値実験により求めた解の実行可能性を比較、検討する。

2　TSPニューラルネット

TSPを解くために、正方形に配置した都市数の2乗個のニューロン群から構成されるNNを考える。x行i列のニューロン出力をv_{xi}、活性値をu_{xi}、しきい値をθ_{xi}、結合度を$w_{xi,yj}$とし、式(1),(2)を非同期的に繰り返すと、エネルギー関数E_1は必ず減少する [1]。

$$u_{xi} = \sum_{yj \neq xi} w_{xi,yj} v_{xi} + \theta_{xi} \qquad (1)$$

$$v_{xi} = 0 \quad (u_{xi} \leq 0) \qquad = 1 \quad (u_{xi} > 0) \qquad (2)$$

$$E_1 = -\tfrac{1}{2} \sum_{xi} \sum_{yj \neq xi} w_{xi,yj} v_{xi} v_{yj} - \sum_{xi} \theta_{xi} v_{xi} \qquad (3)$$

一方、TSPの評価関数として経路長の総和に巡路条件を加えたペナルティ関数E_2を最小化する。

$$E_2 = \tfrac{1}{2} \sum_{xi} \sum_{y \neq x} d_{xy} v_{xi} (v_{y,i-1} + v_{y,i+1}) \qquad (4)$$
$$+ \tfrac{r}{2} \left(\sum_x (\sum_i v_{xi} - 1)^2 + \sum_i (\sum_x v_{xi} - 1)^2 \right)$$

ここで、d_{xy}は都市xとyの距離、rは巡路条件に対するペナルティ係数を表す。式(3)と式(4)を比較して$w_{xi,yj}$とθ_{xi}を求めると次のようになる。

$$w_{xi,yj} = -r \quad (\text{同行同列}) \qquad = -d_{xy} \quad (\text{隣接列}) \qquad (5)$$

$$\theta_{xi} = r \qquad (6)$$

$w_{xi,yj}$とθ_{xi}を式(1)に代入し状態推移を繰り返すと、ペナルティ関数が毎回減少するので、TSPの極小解の一つに収束する。しかし、ペナルティ係数が小さすぎるとコスト項を最小化するためには、ペナルティ係数を小さくする必要があるが、このとき非巡回経路に収束することが多いという欠点がある。

3　実行可能性の改善法

3.1　乗数法

著者らは、E_2に対するラグランジェ関数E_3を導入し、式(8)を用いて乗数更新(実験では最大10回)することにより、巡回経路を求める乗数法を提案した [2]。

$$E_3 = E_2 + \sum_x \lambda_x (\sum_i v_{xi} - 1) + \sum_i \mu_i (\sum_x v_{xi} - 1) \qquad (7)$$

$$\lambda_x = \lambda_x + \alpha(\sum_i v_{xi} - 1), \quad \mu_i = \mu_i + \alpha(\sum_x v_{xi} - 1) \qquad (8)$$

ここで、αは乗数更新定数を表す。

ラグランジェ乗数の導入により、ニューロンのしきい値のみが次のように変わる。

$$\theta_{xi} = r - \lambda_x - \mu_i \qquad (9)$$

3.2　支援因子法

秋山はしきい値の増加により各ニューロンを発火しやすくするために、巡路条件項に支援因子βを導入した評価関数E_4を提案した [4]。

$$E_4 = \tfrac{1}{2} \sum_{xi} \sum_{y \neq x} d_{xy} v_{xi} (v_{y,i-1} + v_{y,i+1}) \qquad (10)$$
$$+ \tfrac{r}{2} \left(\sum_x (\sum_i v_{xi} - \beta)^2 + \sum_i (\sum_x v_{xi} - \beta)^2 \right)$$

支援因子の導入により、ニューロンのしきい値のみが次のように変わる。

$$\theta_{xi} = r(2\beta - 1) \qquad (11)$$

式(9)と式(12)を比較することによりラグランジェ乗数と支援因子は次のような関係を持つ。

$$\lambda_x = r(1 - \beta), \qquad \mu_i = r(1 - \beta) \qquad (12)$$

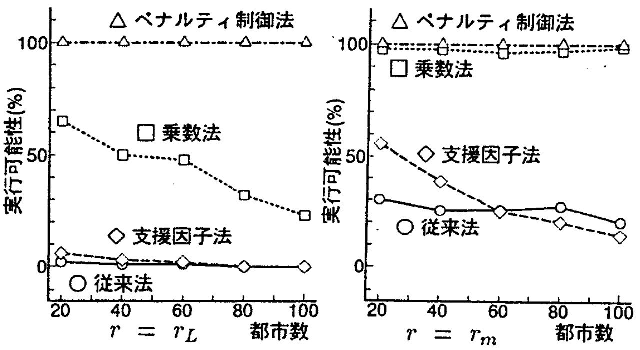
3.3　ペナルティ制御法

著者らは、初期段階で小さなペナルティ係数rによりコスト項の小さな非巡回経路を求め、その後、rを増加することにより巡回経路を求めるペナルティ制御法を提案した [3]。

乗数法と支援因子法がしきい値を増加することにより巡路条件を満足させるのに対して、ペナルティ制御法はしきい値と同行同列のニューロンとの結合度を増加することによって実行可能解を求める。(式(5),(6)参照)

4　数値実験

各実行可能性改善法の性能を調べるために、ニューロンの初期パターンを100通り発生し、都市数20から100までのTSPに対するシミュレーションを行った。従来法において、0%と27%の確率で巡回経路を得るペナルティ係数r_Lとr_m($r_L < r_m$)に対して、各実行可能性改善法を適用した結果を下図に示す。



図より、(1) 乗数法はrが大きい時($r = r_m$)には、実行可能性を大幅(27% → 96%)に改善できる。(2) 支援因子法はrの値によらず、効果は少ない。(3) ペナルティ制御法はrの値によらず、必ず実行可能解を得る。

参考文献

[1] Hopfield et.al, Biol.Cybern.,52,pp.141-152(1985)
[2] 大堀他, 信学論,J73-D-II,12,pp,1788-1793(1990)
[3] 大堀他, 電学論,Vol114-C,6,721-726(1994)
[4] 秋山, 信学技報,NC90-40,pp,73-80(1990)

Comparison among Feasibility Improvement Methods for the TSP Neural Network.

Nenso SETSU, Hiroaki YAMAMOTO, Takahumi OOHORI, Kazuhisa WATANABE
Hokkaido Institute of Technology, Teine-ku, Sapporo, JAPAN