

# ホップフィールドネットの加速勾配系による

6H-5

## 巡回セールスマン問題の解法

山本 啓了 薛 念祖 大堀 隆文 渡辺 一央  
北海道工業大学

### 1 はじめに

Hopfield は、対称相互結合形ニューラルネットワーク(NN)のダイナミクスがある種の勾配系であることを示し、NNによる組合せ問題の近似解法を提案した[1]。しかし、ホップフィールドNNには、(1)極小解に収束する、(2)極小解近傍での収束速度が遅い等の問題点があった。問題点(2)の改善策として、著者らは以前、加速勾配系による収束速度の向上法を提案した[2]。

本報告では、問題点(1)の改善策として、目的関数にエントロピーを導入し、アニーリングを行うことにより、質の悪い極小解を回避する方法を提案する。この効果を確認するため巡回セールスマン問題(TSP)に適用し、良好な結果が得られたので報告する。

### 2 加速勾配系による TSP の解法

$n$ 都市のTSPを解くため、行は都市番号、列は訪問順番、各要素 $v_{xi}$ はニューロンの出力を表す $n \times n$ の行列を考え、巡回経路長を表すコスト項に各都市を一度ずつ訪れるための制約条件をペナルティ項として付加した2次の目的関数を考える。

問題 A

$$\min_{v \in \{0,1\}^{n^2}} E'(v) = \frac{1}{2} \sum_x \sum_i \sum_y d_{xy} v_{xi} (v_{y,i-1} + v_{y,i+1}) + \frac{r}{2} \left( \sum_x \left( \sum_i v_{xi} - 1 \right)^2 + \sum_i \left( \sum_x v_{xi} - 1 \right)^2 \right) \quad (1)$$

ここで、 $d_{xy}$ は都市 $x$ と $y$ の距離、 $r$ は制約条件にかかるペナルティ係数を表す。

目的関数 $E'$ の定義域を離散変数から連続変数へ拡大緩和し、目的関数を単位超立方体の頂点以外で安定平衡点を持たない多重一次形式に変換した問題Bを作成する。

問題 B

$$\min_{v \in R^{n^2}} E(v) = E'(v) - r \sum_x \sum_i (v_{xi}^2 - v_{xi}) \quad (2)$$

subj.to  $0 \leq v \leq 1$

問題Bを解くために、著者らは以前、ホップフィールド勾配系を一般化し、加速パラメータ $m$ により収束速度を制御できる加速勾配系(3)を提案した[2]。

$$\frac{dv_{xi}}{dt} = -(v_{xi}(1-v_{xi}))^m \frac{\partial E}{\partial v_{xi}} \quad (x, i = 1, \dots, n) \quad (3)$$

式(3)は、 $m=1$ の時ホップフィールドモデルに対応し、 $m < 1$ の時、極小解への収束速度を改善することができる。

A solution of travelling salesman problem  
by an accelerated Hopfield neural network  
Hiroaki YAMAMOTO, Nensho SETSU,  
Takahumi OOHORI, Kazuhisa WATANABE  
Hokkaido Institute of Technology  
Teine-ku, Sapporo, JAPAN

### 3 エントロピーの導入

目的関数の関数曲面を変化させることにより、質の悪い極小点を不安定化し、より最小値に近い値となる解に収束するように、目的関数 $E$ にエントロピー $S(v)$ を付加する。  
問題 C

$$\min_{v \in R^{n^2}} F(v) = E(v) - TS(v) \quad (4)$$

subj.to  $0 \leq v \leq 1$

$$S(v) = - \sum_{x=1}^n \sum_{i=1}^n \{ v_{xi} \ln v_{xi} + (1-v_{xi}) \ln(1-v_{xi}) \} \quad (5)$$

エントロピーの係数 $T$ の臨界点、すなわち、最小解を安定に保持しながら質の悪い極小解を不安定化する最良の $T$ を求めることは困難である。そのため、係数 $T$ の初期値 $T_0$ を大きな値に設定し、式(6)によって臨界点付近を通過するような制御を行う。

$$T(t) = T_0 - \Delta T t \quad (\Delta T: \text{減衰定数}, t: \text{時間}) \quad (6)$$

式(3)と同様に、問題Cの加速勾配系を導くと次式となる。

$$\frac{dv_{xi}}{dt} = -(v_{xi}(1-v_{xi}))^m \left( \sum_y d_{xy} (v_{y,i-1} + v_{y,i+1}) - r \left( 1 - \sum_{j \neq i} v_{xj} - \sum_{y \neq x} v_{yi} \right) + T(t) \ln \frac{v_{xi}}{1-v_{xi}} \right) \quad (7)$$

### 4 シミュレーション実験

図1,2は、20都市問題(3都市パターンの平均)において、 $m=0.1$ 、減衰定数 $\Delta T=0.0, 0.1$ をパラメータとして $T_0$ を変化させた時の3通りの初期値に対する最小相対誤差と平均収束時間を示す。

微分方程式の解法は4次のRunge-Kutta法( $\Delta t=0.001$ )、収束判定条件は成分変化量の最大値が $10^{-6}$ 以下の時とした。

図から、アニーリングを行うことで解の精度を維持し収束時間を減少することができた。

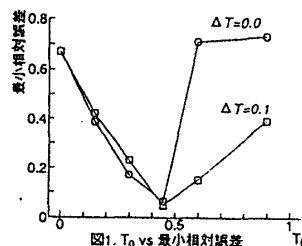


図1.  $T_0$  vs 最小相対誤差

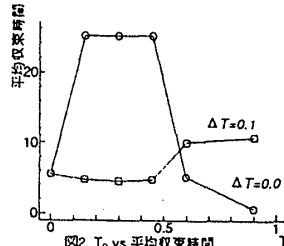


図2.  $T_0$  vs 平均収束時間

### 参考文献

- [1] Hopfield et.al, Biol.Cybern. 52(1985)
- [2] 大堀他:電学論 Vol.114-C.No.4 (1994)