

通信システムの待ち行列網を用いた性能評価手法について

7C-1

川井 秀一 中村 奉夫
龍谷大学 理工学部

はじめに

高速広帯域のネットワークではプロトコルに関わる処理時間が伝送時間に比べて大きく、通信ネットワークの end to end 遅延時間の性能評価は重要となりつつある。

このような背景のもとに、ここでは多層プロトコル構造をもつ通信システムを対象に、上位層プロトコル処理時間を含めた遅延時間の性能評価のための一手法を提案する。

モデル化

まず、対象となる通信システムのモデルについて述べる。

ここでの解析では、 L 層のモジュール構成からなる 2 台の計算機間のメッセージ通信に限定する。一方の計算機（計算機 1）の端末からトランザクションのユーザメッセージが入力されると、各層のモジュールでの処理の後に他方の計算機（計算機 2）に伝送される。計算機 2 でのデータ処理がなされたあと、出力ユーザメッセージが計算機 1 を経由して端末に送られる。この際、メッセージ処理の待ち行列が各層のモジュール毎にできる。

メッセージには、トランザクションによって発生する入力メッセージとユーザへの応答にともなう出力メッセージ、各層でプロトコルに従って生成される制御メッセージがある。各層のモジュールの待ち行列への入力は、上位層からのメッセージ、その層自身で生成される送信制御メッセージ、および計算機 2 から送られた下位層からの受信制御メッセージである。また、出力は、上位層に渡されるメッセージ、その層自身で

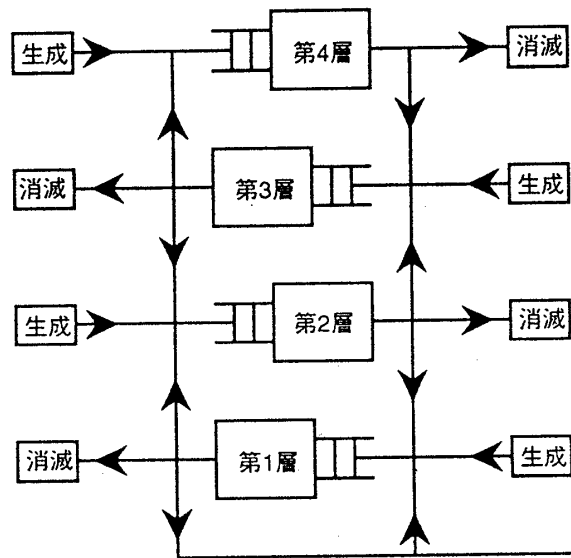


図 1: 通信システムの待ち行列網モデル

処理される受信制御メッセージ、および下位層へ流れる送信制御メッセージである。

このような多層プロトコル構造をもつ通信システムを各層ごとのメッセージ処理に対して待ち行列でモデル化し、待ち行列のネットワーク、待ち行列網モデルでモデル化する。図 1 は、4 層構造の待ち行列網モデル例である。計算機 1 側のみ示してあるが、計算機 2 も同じ構成をしている。

解析手法

つぎに、本モデルに対して仮定を設定する。

ユーザが入力する端末からの要求はポアソン到着と仮定できる。また、各モジュールでの処理時間分布は指数分布と仮定する。メッセージ処理の流れを確率的とみなす。したがって、待ち行列間のメッセージの移動確率はメッセージ数の比率より導くことができる。また、メッセージの独立性を仮定する [4]。

各層を $l (l = 1, 2, \dots, L)$ で表す。第 l 層におけるプロトコルに従って生成されるメッセージの数を n_l とし、

第 l 層におけるメッセージあたりの平均処理時間を t_l とする。また、第 l 層で生成されるメッセージの到着率を λ_{0l} とする。ただし、最上位層で生成されるメッセージの到着率 λ_{0L} は、トランザクションの到着率を意味する。第 i 層から第 j 層への遷移確率を p_{ij} ($i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, L$) とする。

計算機 1 のモデルに Jackson の定理を用いると、第 l 層の到着率 λ_l はつぎのように表せる [4]。

$$\lambda_l = \lambda_{0l} + \sum_{k=1}^L p_{kl} \lambda_k \quad (1)$$

この式は L 個の未知数からなっており、連立 1 次方程式を解くことにより各到着率 λ_l を求めることができる。

ここで、本モデルでは第 l 層への入力は隣接する第 $l-1$ 層と第 $l+1$ 層からの各メッセージと、第 l 層で生成されるメッセージの 3 種類だけである。したがって、式 (1) は

$$\lambda_l = \lambda_{0l} + p_{l+1l} \lambda_{l+1} + p_{l-1l} \lambda_{l-1} \quad (2)$$

と書き換えることができる。

遷移確率 p_{ij} ($i = 1, 2, \dots, L, j = 1, 2, \dots, L$) は各層で処理されるメッセージ数 n_l ($l = 1, 2, \dots, L$) の比率で求められる。 $\nu_l = \sum_{k=1}^L n_k$ とすると、 ν_l は第 l 層におけるすべての制御メッセージの和を意味する。そして、

$$p_{l+1l} = \frac{\nu_l}{2\nu_l} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} p_{l-1l} &= \frac{\nu_{l+1}}{2\nu_l} = \frac{\nu_l - n_l}{2\nu_l} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n_l}{\nu_l} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

と表せる。

第 l 層待ち行列での平均システム時間を W_l 、平均システム長を N_l とすると、

$$W_l = \frac{t_l}{1 - \lambda_l t_l} \quad (5)$$

$$N_l = \lambda_l W_l \quad (6)$$

と表される。したがって、第 l 層でのトランザクションあたりの平均システム時間は、

$$\nu_l W_l = \frac{\sum_{k=1}^L n_k t_l}{1 - \lambda_l t_l} \quad (7)$$

となる。計算機 2 の場合も同様に求まる。

つぎに、応答時間を求める。応答時間を、各待ち行列の処理時間も含めた各通過時間の総和の 2 倍と定義する。1 回のトランザクションは一組の入力ユーザメッセージと出力ユーザメッセージからなるので、通信システムを通過する時間の 2 倍を応答時間としている。計算機 1 と計算機 2 の構成が同じ場合、平均応答時間は以下ようになる。

$$\begin{aligned} T &= 4 \times \sum_{l=1}^L \nu_l W_l \\ &= 4 \times \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^L n_k \left(\frac{t_l}{1 - \lambda_l t_l} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

この平均応答時間の結果は [1] と同じである。数値例については [1] で求めている。

おわりに

ここでは、多層プロトコル構造をもつ通信システムに対して待ち行列網モデルを用いた、システム性能の解析手法を示した。本手法では各層の平均システム時間分布を求めることができ、これらを用いてシステムの処理バランスやボトルネック解析などの性能解析の近似解析手法として有効である。また、数値例などにも応用できる。

今後の課題としては、中継局を含む point to point 通信やマルチポイント通信への適用を考え、性能評価の近似解析手法の有効性を示すことが挙げられる。

参考文献

- [1] 海老原義彦, 中村奉夫: LAN 通信システムのポイント・トゥ・ポイント平均応答時間の近似解析, 情報処理学会論文誌, Vol.30, No.11, pp.1504-1511(1989).
- [2] 海老原義彦, 中村奉夫, 東 充宏: 高速 LAN 通信システムの平均応答時間の近似評価, 情報処理学会論文誌, Vol.30, No.11, pp.1522-1525(1989).
- [3] 海老原義彦, 中村奉夫: 一 中継局を含む LAN 通信システムのポイント・トゥ・ポイント平均応答時間の評価, 情報処理学会論文誌, Vol.31, No.11, pp.1672-1676(1990).
- [4] Dimitri Bertsekas, Robert Gallager, 八星禮剛訳: データネットワーク, オーム社 (1990).