

縮閉線を用いた曲率変化の滑らかな曲線の構成法とその評価

4U-7

—曲率変化の制御と生成曲線の評価—

東京電機大学 齊藤 剛 ○渡辺由美子 豊田工業大学 東 正毅

1 はじめに

工業製品の外形設計において、曲面上の映り込みやハイライトに歪みのない高品位な曲面が要求されている。この要求を満たす曲面を生成するためには、面法線方向の変化、すなわち、曲率の変化を滑らかにする必要がある。しかし、従来用いられてきた構成法では、曲率変化を考慮し形状を生成することは難しい。そこで筆者らは、曲面の構成曲線における曲率分布を直接規定することにより、曲率変化が滑らかな曲線を構成し、これを用いて目的とする曲面を構成することを考え、曲率変化の滑らかな曲線の構成法を提案した^{1,2,3,4}。ここでは、目的とする曲線の曲率中心の軌跡である縮閉線 (evolute) を規定し、そこから得られる伸開線 (involute) を3次有理 Bézier 曲線で近似した。

一方、外形意匠の設計では、上述の歪みのみならず、ハイライトや映像の映り込む位置やその範囲が、デザイナの設計意図として重要な要因である。これらの意図を反映されるためには、曲線全体の曲率変化の滑らかさを保った上で、曲面の断面線上の曲率分布、および、曲線上の任意の位置での法線と曲率を制御する必要がある。

本報告では、これらの制御を可能とするために、先の報告では2次有理 Bézier 曲線により表現した縮閉線を3次 Bézier 曲線で表現することにより、縮閉線に自由度を与え、曲率分布の変更を可能とする。

2 縮閉線の3次 Bézier 表現

先の報告の方法では、縮閉線を有理2次 Bézier 曲線1セグメントで表現した。したがって、縮閉線に自由度はない。そこで、これを3次 Bézier 曲線で表現することにより自由度を与える。

縮閉線、伸開線および与えられた幾何学的条件 ($\alpha, \beta, \rho_0, \rho_1$) を図1に示す。 P_0, P_3 は、目的とする曲線の端点での曲率中心である。縮閉線は、 P_0, P_1, P_2, P_3 を制御点とし、以下の3次 Bézier 式で表現する。

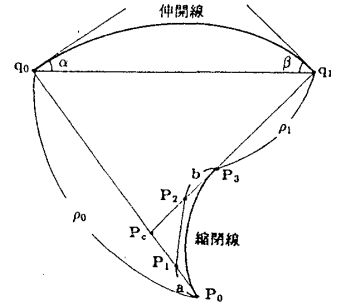


図1:縮閉線と伸開線

$$r(t) = ((1-t) + tE)^3 P_0 \quad (1)$$

ここで、 E は、 $E^i P_0 = P_i$ なるシフト演算子である。制御点 P_1 および P_2 は、接線拘束条件より、

$$P_1 = (1-a)P_0 + aP_c \quad (2)$$

$$P_2 = (1-b)P_3 + bP_c \quad (3)$$

である。 a および b は、線路長拘束条件

$$\rho_0 - \rho_1 = \int_0^1 |\dot{r}(t)| dt \quad (4)$$

を満たすスカラー値である。従って、 a をある値に定めると、上記路長拘束より、 b は一意に定まる。図2に、 $\alpha = 35^\circ, \beta = 45^\circ, \rho_0 = 1.0, \rho_1 = 0.5$ とし、 $a = 0.3, 0.5, 0.7$ とした場合の曲線例 (曲率半径は $1/10$ 表示) および κ と κ' (κ' は、 κ に対して $1/2$ スケール) の変化を示す。図およびグラフより、(1) $a = b$ に近い曲線は、2次有理 Bézier 曲線を用いた場合に近づく、(2) a の値が小さい (大きい) 時、伸開線の前半 (後半) で曲率変化が大きくなる、ことが分かる。 a の値により、伸開線の曲率変化の変曲点が2個以上現れる場合もあり、好ましくない曲線^{1,2}が生成される場合もあるが、これは、縮閉線の曲率変化を調べることにより検出できる。

3 曲率と法線の制御

縮閉線を3次 Bézier 式で表現することにより得られた自由度を用いて、 G^3 連続を保持したまま、伸開線上の点の曲率半径、および、法線ベクトルの方向を変更する。

伸開線上の曲率の変更

伸開線上の点を指定し、その位置を変えないで曲率

Generation of Curves and Surfaces with Smoothly Varying Curvature Based on Evolutes
Tsuayoshi SAITOH, Yumiko WATANABE
(Tokyo Denki Univ., 2-2 Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, 101)
Masatake HIGASHI (Toyota Technological Institute, 2-12-1, Hisakata, Tempaku-ku, Nagoya, 468)

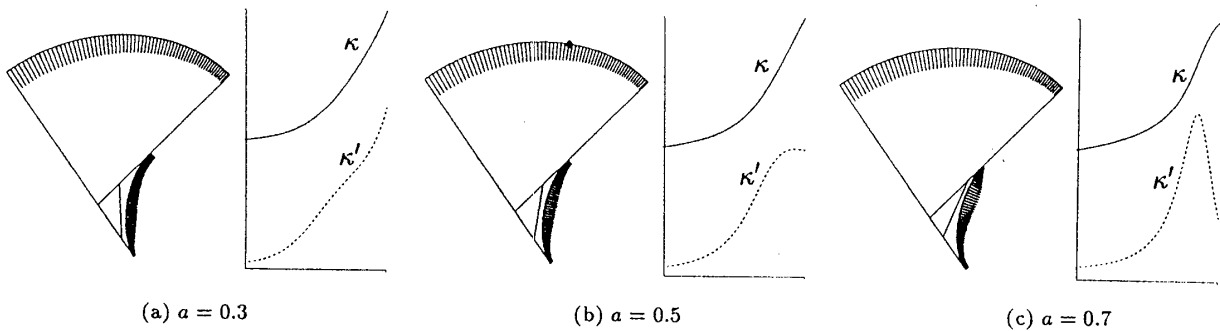


図 2: a による曲率分布の変化 ($\alpha = 35^\circ, \beta = 45^\circ, \rho_0 = 1.0, \rho_1 = 0.5$)

を変化させる。これは、伸開線をスweepすることにより生成される曲面上で、映り込む映像の大きさを变えることに対応する。

伸開線上で、変更させる位置を指定し、その点に対応する縮閉線上の点で、縮閉線を分割する。分割結果を図 3 に示す。ここで、伸開線上の点と縮閉線上の点の距離が曲率半径であるので、曲率半径の変更分 $\Delta\rho$ だけ接線方向に分割点 $P_{13} = P_{20}$ を移動する。

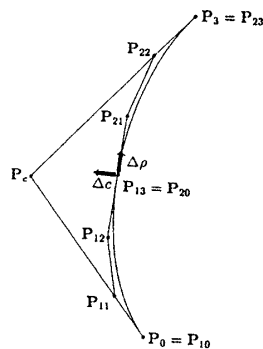


図 3: 縮閉線の分割

次いで、伸開線の G^3 接続を保証させるために、縮閉線を G^2 接続する^{2,3)}。 G^2 接続の条件は、

$$\frac{(P_{12} - P_{11}) \cdot \mathbf{n}}{(P_{13} - P_{12})^2} = \frac{(P_{22} - P_{21}) \cdot \mathbf{n}}{(P_{21} - P_{20})^2} \quad (5)$$

である。ここで、 \mathbf{n} は、分割点での法線である。式 (5) および路長拘束を満たすように制御点を決定する。

図 2 (b) の黒丸の点での曲率半径を 0.5 % 小さくした場合の例を図 4 に示す。

伸開線上の法線の変更

伸開線上の点を指定し、その位置を、法線方向を変えずに、接線方向に Δc 移動させる。これは、構成曲面のハイライトの位置を移動させることに対応する。

前述の方法と同様に、指定した点に対応する縮閉線上の点で分割し、分割点を Δc 移動させる。例を図 5 に示す。前例と同様に、図 2 (b) の黒丸の点を、路長に対して 0.5 % 左に移動させた例である。

4 おわりに

本稿では、縮閉線を 3 次 Bézier 曲線で表現することにより自由度を与えた。これを用いて、目的とする曲線の曲率を変更させること、および、曲線上の曲率と

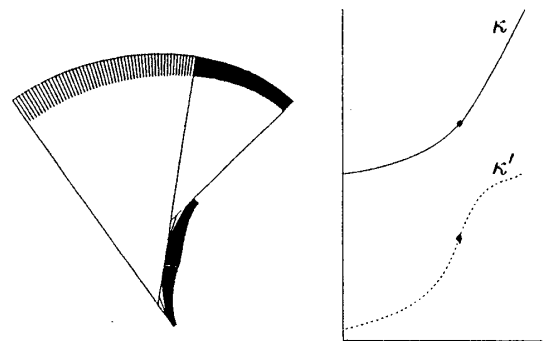


図 4: 曲率半径の変更例

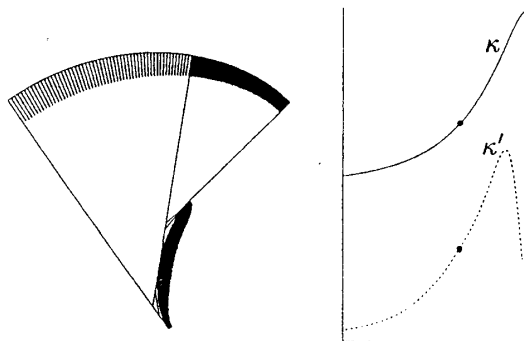


図 5: 法線方向の変更例

法線方向を変更することが可能となった。今後、与えた自由度と形状との関係を明確化し、生成曲線の評価を行いたい。

参考文献

- 1) 毛利, 東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな有理 Bézier 曲線の生成」, 精密工学会春期大会予稿集, 1992-3.
- 2) 齊藤, 穂坂, 東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線・曲面の生成 (第 2 報)」, 精密工学会秋期大会予稿集, 1992-10.
- 3) 東, 毛利, 川畑, 齊藤:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線・曲面の生成」, 精密工学会会誌, 1993-11.
- 4) 齊藤, 東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線・曲面の生成」, 情報処理学会秋期全国大会予稿集, 1993-10.