4U－1

C^2 連続化したAkima/Bessel/FMILL補間曲線の特徴比較*

○清水勝一郎　黒田 満　村上勝彦　北川 一†

豊田工業大学‡

1. はじめに

C^1 連続な Akima, Bessel, FMILL 補間曲線[1)]を工学上有用な C^2 連続化するとともに，各曲線の特徴を比較・検討して利用の便をはかる．この曲線はノンユニフォームな4次の C^2 S-スプラインの付加制御点[2)]を局所的な接線推定法を用いて決めるものである．曲線形状の違いを際だたせる方法を考案して，元の C^1 曲線および局所性を制御できる C^2 曲線[2)]と比較する．結果，新しい C^2 曲線は元の C^1 曲線の特長を比較的良く保存しつつ滑らかさを得ていることを明らかにする．

2. 比較法

形状の違いを明示するために次の方法を用いる．

(a) いろいろな線種の曲線を重ねて描く（図1-(a)）．

(b) 一方の曲線上の点と同一パラメータ値の他方の曲線上の点を，差ベクトルのスカラー倍平行移動して表示する（図1-(b)）．次の (c) 法の簡略版である．対応点がずれてくるのが難点である．

(c) 一方の曲線上の点から最短距離の他方の曲線上の点をみつけ，差ベクトルのスカラー倍平行移動して表示する（図1-(c)）．

(d) 補間点を原点とし，弦ベクトルを x 軸とする局所座標系をつなげて整列させたものを y 軸方向に拡大して表示する（図1-(d)）．これで簡易にスパンごとの違いがわかる．x 軸との間の面積が小さい程，折れ線に近い曲線である．

(e) 曲線の符号付き曲率グラフ（図1-(e)）．

3. 曲線の比較

比較の対象となる曲線には全て Bessel の終端条件を用いている．

図1は関数 $y = \cos x^3 - x \sin x$ 上から採られた点列に対する C^2 Bessel と C^2 Akima 補間曲線の比較であった．両曲線は元の曲線の同じ側に変位していて，しかも補間点を節に，一方が他方と反対側に交互

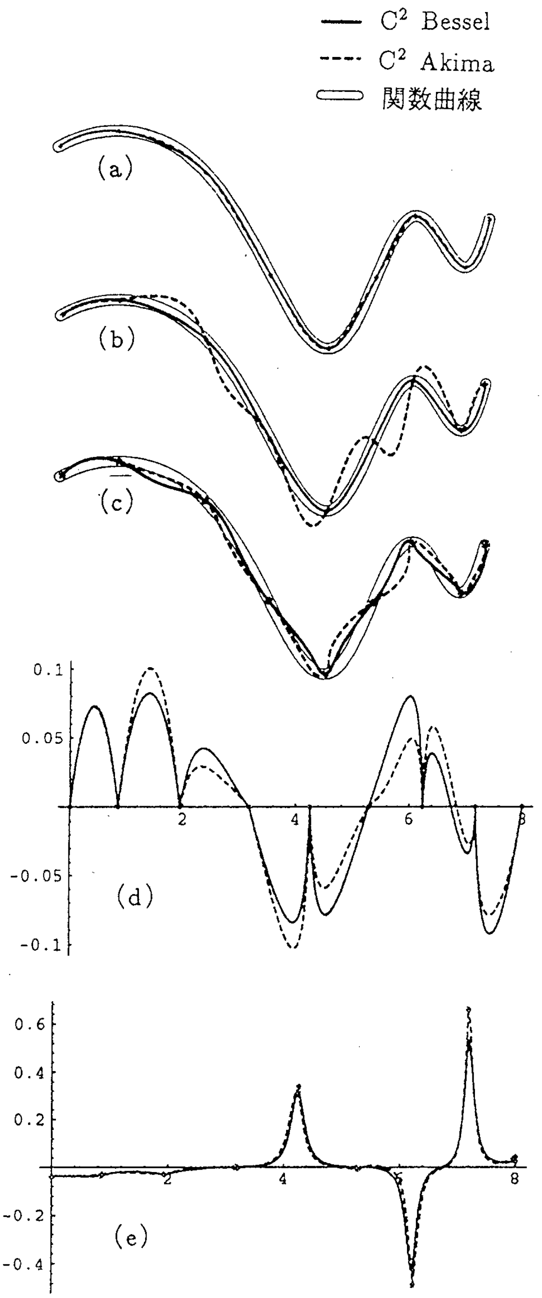

図1 形状比較法と曲線比較（1），C^2 Bessel, C^2 Akima 曲線．

---

*Comparison of C^2 Continualized Interpolating Akima / Bessel / FMILL Curves, †Katuichirou SHIMIZU, Mitsuru KURODA, Katsuhiko MURAKAMI and Hajime KITAGAWA, ‡Toyota Technological Institute, 2-12-1 Hisakata, Tempaku, Nagoya 468, Japan

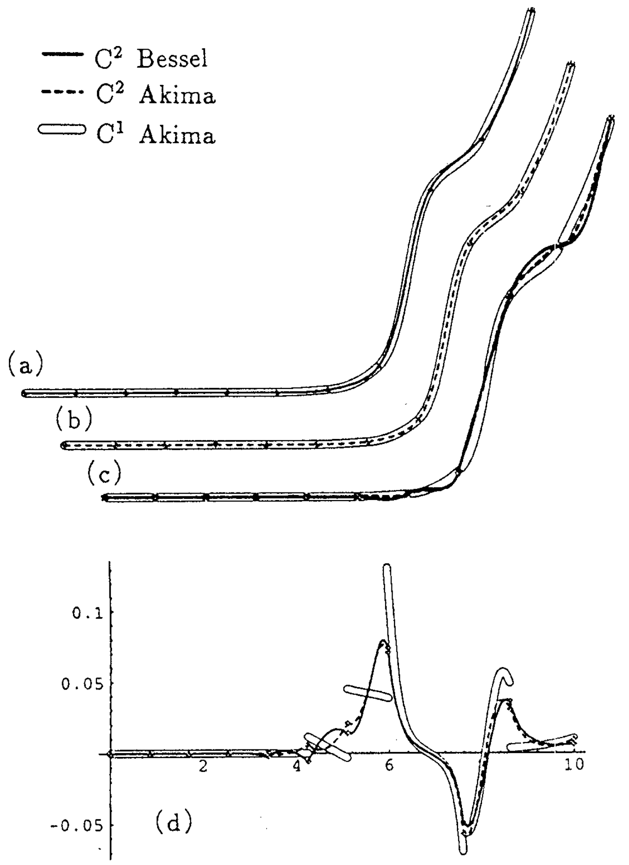

図 2 Akima の補間データによる曲線比較（２），C^1 Akima, C^2 Bessel / Akima 曲線.

に振れるように推移するのがわかる（図 1-(d)）．第 5，6 スパンは C^2 Bessel 曲線の方がむしろ直線的である（図 1-(c), (d)）

次に，Akima の補間データ[3]にもとづいて比較する．

(a) C^1 および C^2 Akima 曲線の間にはあまり差が見られない（図 2-(b)）．

(b) 両 Akima 曲線の違いを前節（c）法で拡大表示してみると，曲率変化の著しい部分で差が生じているのがわかる（図 2-(c), (d)）．

(c) 曲率グラフから，C^2 Akima 曲線は C^1 Akima 曲線の曲率パターンを変えることなく連続化しているのがわかる（図 2-(d)）．

(d) C^2 Bessel 曲線は直線部分をつなぐ曲線部分で両 Akima 曲線との違いが現れている．この差は曲率グラフの上にも見られる（図 2-(a), (d)）．

最後に，局所性を制御できるノンユニフォームな C^2 補間曲線の同じ局所性の曲線と比較する．C^2 Bessel および Akima 曲線はそれぞれ，この曲線の $m=2$, 3 の場合に対応している．C^2 Bessel 曲線と $m=2$ の

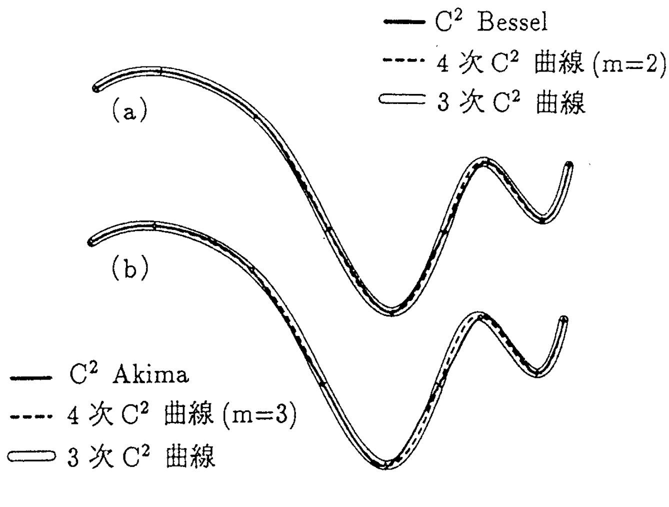

図 3 曲線比較（３），C^2 Bessel / Akima, 局所性を制御できる C^2 曲線.

曲線は比較的よく似ている（図 3-(a)）．C^2 Akima 曲線には，直線部分を含むという特徴がよく現れている（図 3-(b)）．

以上の通過点データに対して，C^2 FMILL 曲線は C^2 Bessel 曲線とほとんど差が出ないために省略した．両曲線はユニフォームな節点列に対して全く一致することが理論的に示される．

4. おわりに

上記のような比較によって以下のことが明らかとなった．

- C^1 補間曲線の特徴を比較的保ちながら，C^2 連続化できている．
- C^2 Akima / Bessel / FMILL 曲線は局所性を制御できる C^2 曲線とは異なる特性をそなえた局所性のある補間曲線である．
- C^2 Akima 曲線は C^1 Akima 曲線と同様に「あまり振動しない形状[1]」を生成する．
- 今回用いた曲線比較法は曲線の特徴比較に有効である．

参考文献

1) G. Farin; (木村文彦 監修, 山口 泰 監訳), CAGD のための曲線・曲面理論–実践的利用法–, 共立出版, (1991), 85.

2) 黒田 満, 古川 進, 木村文彦; 局所性を制御できる補間曲線としての *S*-スプラインと *B*2-スプライン, 情報処理学会論文誌, **34**, 11 (1993), 2294.

3) H. Akima; A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures, J. ACM, **17**, 4 (1970), 589.