

多様体を用いた多視点投影の機構

1U-3

高橋 成雄† 國井 利泰‡ 品川 嘉久†

東京大学† 会津大学‡

1 はじめに

山のガイド・マップ、医者による診断図など、部分ごとにおいて視点が異なる絵は、今まで人間の手によって描かれてきた。このような多視点の絵を計算機の支援によって生成するためには、多視点投影の機構のモデルが必要である。本論文は、多様体を用いた曲面の多視点投影の機構を示す。特徴を持つそれぞれの部分部分の領域は、多様体のチャートに対応させ、それぞれ眺めのよい視点を持たせる。全体における投影は、領域ごとの視点を1の分割によって滑らかに補間することで実現する。最後に、この多視点投影の機構を山のガイド・マップ生成に応用する [2]。

2 多様体のチャート

n 次元チャートとは、開近傍 U_i と U_j から R^n への座標写像により構成される。 n 次元チャートの集合を、 n 次元アトラスという。チャートの組 (U_i, φ_i) と (U_j, φ_j) が C^r 級互換であるとは、 $U_i \cap U_j \neq \emptyset$ であるとき、 $\varphi_i \circ \varphi_j^{-1}$ が $U_i \cap U_j \neq \emptyset$ において C^r 級であることをいう。 n 次元多様体は、 n 次元アトラスでそのすべての組のチャートが C^r 級互換であるものをいう [1]。

計算機においては、曲面を3次元多様体の中の2次元多様体として表現しておく。それぞれのチャートの開近傍において、曲面を $z = f(x, y)$ と微分可能な関数として表現しておく。座標写像は、2次元多様体における座標写像 ϕ_i に、高さを添えたものを φ_i としておく。すると、多様体はチャートの配列として格納できることになる。

3 一の分割による補間

M を C^r ($0 \leq r \leq \infty$) 多様体であるとする。連続実数値関数 $f: M \rightarrow R$ の台 $\text{Supp} f$ を $f^{-1}(R - 0)$ の閉包であるとする。 $U = \{U_i\}_{i \in \Lambda}$ (Λ は番号の集合) を M の開被覆とする。 U に従属する C^r 級の一の分割とは、 C^r 級関数 $\lambda_i: M \rightarrow [0, 1]$ の族で、(a)

$\text{Supp} \lambda_i \subset U_i$ 、(b) $\{\text{Supp} \lambda_i\}_{i \in \Lambda}$ が局所有限であり、(c) $\sum_{i \in \Lambda} \lambda_i(x) = 1 (x \in M)$ であるものをいう [1]。

一の分割は、Bézier や B-spline を用いた曲線・曲面設計にも見られる。以下、本論文は3次元多様体の (x, y) 座標をパラメータ空間と見なし、一の分割を構成する。

まず、関数 $\alpha(t)$ を次のように定義する。

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ e^{-t} & 0 < t \end{cases}$$

次に、関数 $\beta(t)$ を次のように定義する。

$$\beta(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \frac{\alpha(t)}{\alpha(t) + \alpha(1-t)} & 0 < t < 1 \\ 1 & 1 \leq t \end{cases}$$

さらに、関数 $\gamma_i(t)$ を次のように定義する。

$$\gamma_i(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq a_i \\ \beta\left(\frac{b_i - t}{b_i - a_i}\right) & a_i < t < b_i \\ 0 & b_i \leq t \end{cases}$$

ここで、 $0 \leq a_i < b_i \leq 1$ である。最後に、一の分割に用いる関数をチャート (U_i, φ_i) に対し、次のように構成する。

$$h_i(x_i, y_i) = \gamma_i(\sqrt{x_i^2 + y_i^2})$$

4 多視点投影の機構

多視点投影の基本的な機構は、図1に示される通りである。 Σ が曲面で Π が投影面である。参照点 q は、曲面 Σ 上にあるとする。視点 p は、参照点 q の位置によって変わる。 p と q を結ぶ線 l を視線と呼ぶことにすると、投影の写像 $\text{Proj}: \Sigma \rightarrow \Pi$ を $\text{Proj}(q) = r \in \Pi$ となるように定める。ここで、 r は、投影面 Π と視線 l の交点である。以下、透視投影と平行投影について考える。

まず、透視投影の場合を考える。特徴的な領域に対応するそれぞれのチャート $\{(U_i, \varphi_i)\}$ に、視点 p_i を割り当てる。滑らかに補間された視点 p は、参照点 $q(x, y, f(x, y))$ に対し一の分割を用いることで次のように計算

A method of multiple viewpoint projection using manifolds
Shigeo TAKAHASHI†, Toshiyasu L. KUNII‡, and Yoshihisa SHINAGAWA†
The University of Tokyo†, The University of Aizu‡

する。

$$p(x, y) = \frac{\sum_i h_i(\phi_i(x, y)) \cdot p_i}{\sum_i h_i(\phi_i(x, y))}$$

チャート (U_i, φ_i) が重み w_i を持つとすると、上の式は、

$$p(x, y) = \frac{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y)) \cdot p_i}{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y))}$$

となる。

次に、平行投影の場合を考える。それぞれのチャート $\{(U_i, \varphi_i)\}$ が、視線方向 m_i を持つとする。ここで、 m_i は 2 つの角度パラメータ Θ_i と Φ_i を使って、単位ベクトル $(\cos \Theta_i \cos \Phi_i, \sin \Theta_i \cos \Phi_i, \sin \Phi_i)$ で表されるとする。すると、参照点 $q(x, y, f(x, y))$ に対応する、滑らかに補間された視線方向 m は、一の分割を用いて次のように計算される。

$$m(x, y) = (\cos \Theta \cos \Phi, \sin \Theta \cos \Phi, \sin \Phi),$$

$$\Theta(x, y) = \frac{\sum_i h_i(\phi_i(x, y)) \cdot \Theta_i}{\sum_i h_i(\phi_i(x, y))}$$

$$\Phi(x, y) = \frac{\sum_i h_i(\phi_i(x, y)) \cdot \Phi_i}{\sum_i h_i(\phi_i(x, y))}$$

さらに重みを考慮すると、角度 Θ and Φ は次のように書き換えられる。

$$\Theta(x, y) = \frac{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y)) \cdot \Theta_i}{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y))}$$

$$\Phi(x, y) = \frac{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y)) \cdot \Phi_i}{\sum_i w_i \cdot h_i(\phi_i(x, y))}$$

5 案内図の生成

以下、我々のシステムで生成された芦ノ湖周辺の案内図の下絵を、対照実験として見ていく。図 2 は、透視投影の例である。普通の、つまり一視点の透視投影図の図 2(a) では、湖が山に隠されている。反して、湖を含むチャートの視点だけ上の方に变化させた図 2(b) では、湖全景が見えるようになっている。

謝辞

芦ノ湖付近の標高データは、(株)日本地図センターの国土数値情報の提供による。また、この研究を援助して頂いた、会津大学の林 隆史先生、山王病院の指宿真澄先生に感謝する。

参考文献

- [1] M. W. Hirsch. *Differential Topology*. Springer-Verlag, 1976.
- [2] S. Takahashi and T. L. Kunii. "Manifold-based Multiple Viewpoint CAD - A Case Study of Mountain Guide Map Generation -". to appear in *Computer Aided Design*, 1994.

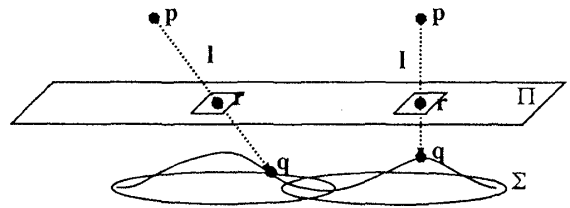
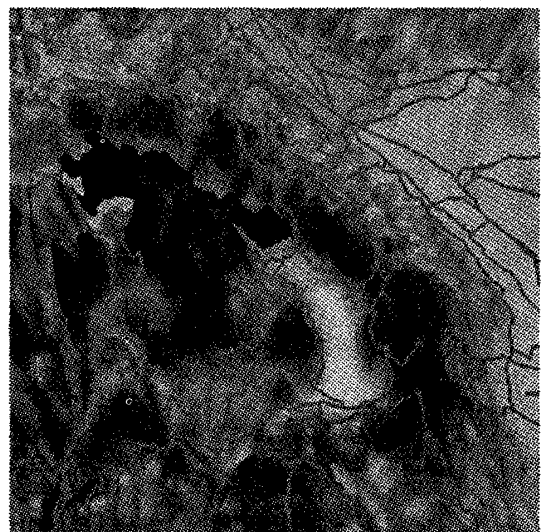
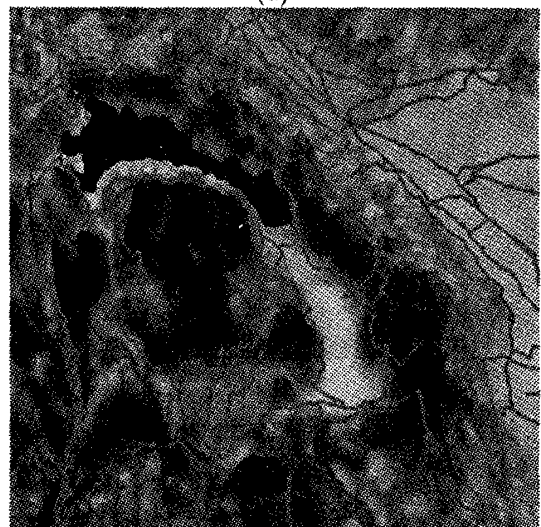


図 1: 多視点投影の基本的な機構



(a)



(b)

図 2: 透視投影の例 (a) 一視点によるもの (b) 多視点によるもの