ガボール展開係数を用いた階層的テクスチャー解析

3M－5

河田 耕三
グローリー工業（株）

有本 卓
東京大学工学部

1 はじめに

複数のテクスチャーからなる画像の解析について考察する。テクスチャーは周期性を有すると仮定する。周期性を持つテクスチャーに対して、その周期を検出して、かつテクスチャーのエッジを求める、あるいは、テクスチャーをセグメンテーションする問題である。周期性を検出するための方法としてフーリエ変換がある。しかし、この方法では画像をいくつかの固定したブロックに区切る必要があり、対象とする問題に対して適切な方法ではない。ガボール関数は周波数精度と位置精度の積を最小にすることが知られており、テクスチャーの解析にそれを用いた文献はいくつかある [3] [4]。これらはテクスチャーの特徴そのものを用いた解析手法を示しているが、本発表では、テクスチャー勾配を中心にした解析手法について考察する。

2 テクスチャー特徴とテクスチャー勾配

ガボール関数を $\phi(x,y)$ とすると、

$$\phi(x,y)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi}\frac{1}{\sigma})^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2(\frac{1}{\sigma})^2}}e^{i(u_0x+v_0y)} \qquad (1)$$

である。ここで (u_0,v_0) は中心周波数、σ はスケールパラメータである。有限の離散画像に対しては、中心周波数とスケールパラメータを適切に設定する事で、有限個の係数で信号を近似的に表現し、かつ、不確定性原理の範囲内で周期性とその位置を精度よく検出することができる。このとき信号をガボール関数展開すると云う。ガボールフィルタは、周期性を検出するという目的のために $\Phi(0,0)\approx 0$ に設計される必要があり、そのためには、スケールパラメータと半径方向の中心周波数との比が一定であることが望ましい $(\sigma=\kappa r_0, r_0^2=u_0^2+v_0^2)$。これはウエーブレットの考え方とも一致する。

フーリエ変換を用いる解析手法では、一般にパワースペクトラムを用いて信号を特徴付ける。位相情報には位置情報が含まれているからである。本発表でも、その考え方に基づき、パワー展開係数を用いてテクスチャーを特徴付ける。入力画像を $f(x,y)$、テクスチャー各特徴を $g_i(x,y)$ とすると、

$$g_i=|f\otimes\phi_i|^2, \qquad (i=1,2,\ldots,M) \qquad (2)$$

である。ここで $\otimes$ はコンボリューションを示す。

テクスチャー勾配を各特徴勾配を主成分分析することによりに定義すると、勾配の大きさはモーメント行列 S に対する最大固有値の平方根、勾配方向は最大固有値に対する固有ベクトル $\boldsymbol{v}_1$ となる。ただし、

$$S=\sum_{i=1}^{M}(\nabla g_i)(\nabla g_i)^T \qquad (3)$$

$$\nabla g_i=\left[\frac{\partial}{\partial x}(g_i\otimes\psi),\frac{\partial}{\partial y}(g_i\otimes\psi)\right]^T \qquad (4)$$

$$\psi(x,y)=\frac{\frac{1}{\rho}}{(\sqrt{2\pi}\frac{1}{\rho})^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2(\frac{1}{\rho})^2}} \qquad (5)$$

で、ψ は微分フィルタのゲインの最大値が等しくなるように正規化している。$\frac{1}{\rho}$ を視野という。

3 テクスチャー勾配の計算法

テクスチャー特徴と微分フィルタとの関係を調べるため、入力信号がインパルスのときを考える。そのとき、各特徴はスケールパラメータがガボール関数の $\sqrt{2}$ 倍のガウス関数状になる。各特徴勾配の総パワーを評価すると、それは次のようなスケールパラメータと視野との関数となる。

$$I(\sigma,\rho) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|\nabla g(x,y)|^2\,dxdy\Big|_{f(x,y)=\delta(x,y)} \qquad (6)$$

$$= C\frac{\sigma^4\rho^2}{(2\sigma^2+\rho^2)^2} \qquad (7)$$

ただしＣは比例定数である。ρ を固定し、$\sigma=k\rho$ とすると、

$$I_1(k)=C\frac{k^4}{(2k^2+1)^2}\rho^2 \qquad (8)$$

Hierarchical Texture Analysis Using Gabor Expansion

Kawata Kouzou GLORY LTD.
Arimoto Suguru Faculty of Engineering, University of Tokyo

が得られる。必要な精度を選び、相対的に $I_1(k) \approx 0(\sigma < \mu\rho)$ に近似できるので、そのテクスチャー要素についての勾配計算を省略できる。

テクスチャー特徴のフーリエ変換は (2) 式より、

$$G(u,v) = F(u,v)\Phi(u,v) \otimes F(u,v)\Phi(-u,-v) \quad (9)$$

となる。いまガボール関数は帯域制限されており、中心 (u_0, v_0) 半径 α の円の外では $\Phi(u,v) \approx 0$ に近似できるとする。この時コンボリューションの性質から、中心 $(0,0)$ 半径 2α の円の外では $G(u,v) \approx 0$ が成り立ち、$G(u,v)$ は帯域制限されている。ガボール関数は、$\Phi(0,0) \approx 0$ に設計されたから $r_0 \geq \alpha$ である。従って、その帯域は、$0 \leq u \leq 2r_0$、$0 \leq v \leq 2r_0$ であるから、サンプリング定理よりテクスチャー特徴の計算は、$2r_0$ のサンプリング周波数で実行すれば十分である。また微分フィルタも必要精度で帯域制限近似でき、$u\Psi(u,v) \approx 0, v\Psi(u,v) \approx 0$ ($|u| > \eta\rho$ または $|v| > \eta\rho$) とできるので、テクスチャー勾配の計算もまた、$\eta\rho$ のサンプリング周波数で実行すれば十分である。デジタル信号の場合、これらは間引きと補間を用いたシステムで実行できる。

4 エッジ検出

エッジはテクスチャー勾配から求めることができる。テクスチャー勾配の振幅を $h(x,y)$ とする。エッジは、次式を満たす [2]。

$$\frac{\partial}{\partial v_1}h = 0, \qquad \frac{\partial}{\partial v_1}\left[\frac{\partial}{\partial v_1}h\right] < 0 \quad (10)$$

5 セグメンテーション

テクスチャー勾配を用いたセグメンテーションを検討する。いま、領域数を２つに固定する。評価関数を設定し、それを最小化する問題としてセグメンテーションを扱うと、シミュレーテッドアニーリングの手法を用いてそれが実行できる [1]。その原理を適用し、評価関数を

$$K = -\frac{1}{|E|}\sum_{(x,y)\in E} h_\rho(x,y)^2 \quad (11)$$

と設定する。E は領域境界の集合である。この評価関数は、領域内部の一様性を評価していないから、もしそれを評価するならば、再帰的に分割しなければならない。

次に、視野と最小分解レートを考える。いま、１つの領域を分割するための最適な視野が得られたとすると、その視野によってセグメンテーションの最小分解レート $R_{s,min}$ (１以上の整数) が決定されるはずである。それは、大きい視野で見た時、細かいセグメンテーションはできない、という考察による。最小分解レートの格子上で、もし２つの隣接点が異なるラベルを持つならば、隣接点間のテクスチャー特徴の差は大きいはずである。この差分フィルタを最も良く近似するガウス形微分フィルタは、原信号のサンプリング周波数を F_s とすると $\rho = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\frac{R_{s,min}}{2}}F_s$ の時である。粗いセグメンテーション結果を分解レートを $R_s \to \frac{R_s}{2}$ として補間し、階層的にセグメンテーションすれば、密な結果が得られる。

最後に視野の制御を考える。注目している領域を S とし、視野を変数とする評価関数 $U(\rho)$ を設定する。(7) 式を考慮して、

$$U(\rho) = \sum_{i=1}^{M} I_2(k')\int_S g_i(x,y)^2 dxdy \quad (12)$$

$$I_2(k') = \frac{k'^2}{(k'^2+2)^2}, \qquad \rho = k'\sigma_i \quad (13)$$

とすると、これは領域内のテクスチャーの周期性の重みつき平均を評価するものである。評価関数 $U(\rho)$ から最適な視野を検出する１つの考え方は、その停留性を評価することである。さらに再帰分割を考慮すると、視野は単調非増加にするべきである。

6 おわりに

本発表では、まずガボール関数を用いてテクスチャーを特徴付け、テクスチャー勾配を定義した。次に各特徴は近似的に帯域制限されることを利用して、テクスチャー勾配の計算法を示した。最後にテクスチャー勾配を用いた再帰的で階層的なセグメンテーション手法について提案した。提案した手法の評価は、今後の課題である。

参考文献

[1] S.Geman and D.Geman, "Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Baysian Restoration of Images" *IEEE Trans.* PAMI-6, pp.721-741, 1984.

[2] J.Canny, "A Computational Approach to Edge Detection" *IEEE Trans.* PAMI-8, pp.679-698, 1986.

[3] A.C.Bovik, M.Clark and W.S.Geisler, "Multichannel Texture Analysis Using Localized Spatial Filters" *IEEE Trans.* PAMI-12, pp.55-73, 1990.

[4] R.Wilson and M.Spann, "Finite Prolate Spheroidal Sequences and Their Applications II: Image Feature Description and Segmentation" *IEEE Trans.* PAMI-12, pp.193-203, 1988.