# 図形データにおける隣接関係の効率的管理手法の一提案

5L－9

林 英明† 大沢 裕‡ 坂内 正夫†
東京大学生産技術研究所† 埼玉大学‡

## 1 はじめに

隣接関係の管理は、様々な図形処理の分野で、不可欠な機能とされているが、その定義は、常にアプリケーションの分野によって異なり、統一することが難しい。種々の定義の中で、より一般的な、汎用性のあるものは、ボロノイ図(あるいはドロネー網)に基づくものと考えることができる[1]。そのアプリケーションの多くにおいては、対象物の中心点を母点としたボロノイ図の全体を予め求めておき、隣接関係の管理を行っている。しかしながら、対象物を挿入したり、削除したりすることの多いアプリケーションには、対象物の変動と共にボロノイ図の全体を更新しなければならないという欠点があるため、隣接関係に関する情報を維持するためのコストが高くなる。

本稿はボロノイ図の全体を記録せず、必要となる対象物のみの隣接する図形オブジェクトを動的に求める手法を提案する。これによって、対象物の変動が頻繁である応用においても隣接関係を効率よく管理することができる。

## 2 隣接関係とドロネー網

与えられた母点群 $P_1, P_2, ..., P_n$ に対して、母点 $P_k$ のボロノイ領域 $Vor(P_k) = \{p|d(p,P_k) < d(p,P_i), \forall i \neq k\}$。ただし、$d(p,q)$ は点 p、q 間のユークリッド距離である。これらの領域は、それぞれの母点の優勢域 (domain) と見なされ、ボロノイ図 (Voronoi diagram) を構成する [1]。

ドロネー網 (Delaunay net) はボロノイ図の双対グラフであり、空間を三角形に分割するため、ドロネー三角形分割 (Delaunay triangulation) とも言う。これらのドロネー三角形は、次の「空円」(empty circle) 性質を持っている [2]。ここでの空円とは、内部に母点が存在しない円である。

A Proposal for Management of Neighboring Relationship among Graphic Objects
Ying Ming LIN†, Yutaka OHSAWA‡, Masao SAKAUCHI†
†Institute of Industrial Science, University of Tokyo
‡Saitama University

**定理** 1 三つの母点 $P, Q, R$ を頂点とする三角形がドロネー三角形 *(Delaunay triangle)* である $\Longleftrightarrow$ $P, Q, R$ を通る円が空円である *[2]*。

ドロネー網は境界を共有するボロノイ図の母点を線分で結ぶことにより構成されるので、母点間の隣接関係を明示に表すことができる。母点 $P_k$ のドロネーネーバー (Delaunay neighbors) とは、ドロネー網で母点 $P_k$ と結んでいる母点群のなす集合のことである。

## 3 ドロネーネーバーの検出

ここでは, ある1つの母点 $P$ のドロネーネーバを求める方式を検討する。方式の基本は, まず多次元データ構造上で母点 $P$ の近傍の点群を探し, その1点1点に対してドロネーネーバであるかどうかをチェックしながらドロネーネーバの集合を調整する方法である。

$NBRLST$ を $P$ のドロネーネーバーを反時計順に記録する環状リストとする。上述の定理によると、$NBRLST$ に記録された連続する二つのネーバー $P_k$、$P_{k+1}$ と $P$ は、一つの空円 $D_{P_kPP_{k+1}}$ を定義する (図1)。ここで、近傍の母点 $Q$ をチェックする。もし $Q$ がこの時点で $P$ のドロネーネーバーとなれば、$NBRLST$ の中に、新しいドロネーネーバー $Q$ の影響で、ドロネーネーバーでなくなるメンバが存在する可能性がある。このため、母点 $Q$ を $NBRLST$ に挿入すると共に、ドロネーネーバーでなくなる母点を $NBRLST$ から削除する必要がある。定理1を用いれば、この処理は単純な円と点の包含判定に帰着させることができる。

まず $Q$ が $P_k$、$P$、$P_{k+1}$ のなす角 $\angle P_kPP_{k+1}$ にあると仮定する。図1に示すように、この範囲は、さらに円 $D_{P_{k-1}PP_k}$、$D_{P_kPP_{k+1}}$、$D_{P_{k+1}PP_{k+2}}$ により、$A, B, C, D, E$ の五つの領域に分けられる。次に、$Q$ のある領域によって、$NBRLST$ に以下の操作を施す。

- E 範囲：$Q$ は $P$ のドロネーネーバーではない。
- A 範囲：$NBRLST$ の既存メンバには影響がなく、ただ $Q$ を $P_k$ と $P_{k+1}$ の間に挿入する。

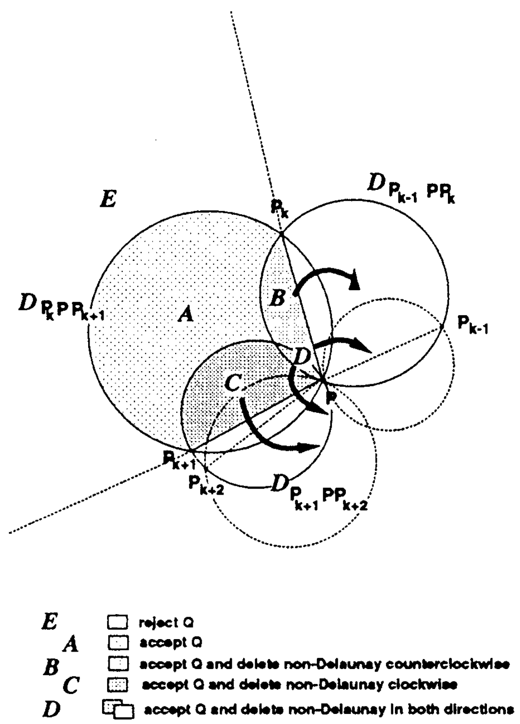


図 1: $Q$ のある範囲による既存ネーバーの変動

- B 範囲：時計方向に $Q$ を含まない円を捜す。見つけた円を $D_{P_{i-1}PP_i}$ とすれば、$NBRLST$ から$\angle P_iPQ$ にあるネーバーを全て削除する。$Q$ を $P_i$と $P_{k+1}$の間に挿入する。
- C 範囲：反時計方向に $Q$ を含まない円を捜す。見つけた円を $D_{P_jPP_{j+1}}$ とすれば、$NBRLST$ から$\angle QPP_j$にあるネーバーを全て削除する。$Q$ を $P_k$と $P_j$の間に挿入する。
- D 範囲：時計と反時計の両方向に $Q$ を含まない円を捜す。見つけた円をそれぞれ $D_{P_{i-1}PP_i}$、$D_{P_jPP_{j+1}}$ とすれば、$NBRLST$から$\angle P_iPP_j$にあるネーバーを全て削除する。$Q$ を $P_i$と $P_j$の間に挿入する。

## 4 空間データ構造に基づく実現

直観的に、指定された母点 $P$の隣接母点を求める時、$P$の近傍にある母点を見ればよいと考えられるが、近傍という範囲はどう限定すればいいかが問題である。また、実際の応用で、図形オブジェクトは常に空間データ構造 (四分木、R 木、BD 木など) で管理するため、近傍という範囲がちょうど一つの葉ノードに納めることを期待できない。従って $P$のある葉ノードにある母点の全てを処理した後、周囲の葉ノードをも処理する必要がある。その時、どの葉ノードから処理するかは全体の計算時間に大きな影響を与える。あまり遠くの葉ノードを選ぶと、余計な処理が増えてしまうが、近いノードばかりを選べば、また実際のネーバーを見落とす心配がある。これに対して、次の処理を行なう。

(1) $P$がおかれている葉ノード $N$に格納される母点群からドロネーネーバーを検出し $NBRLST$ を構成する。$NBRLST$のメンバで定義した空円群を含む最小外接長方形 $MBR$も同時に求める。

(2) $MBR$と重なり、$P$に最も近い葉ノードを選んで処理し、$MBR$を調整する。ただし、全体の処理を速く収束させるため、母点 $P$を原点とした四つの象限の中でドロネーネーバーがまだ見つかっていない象限にある葉ノードを優先する。

(3) $MBR$と重なる葉ノードを全て処理するまでステップ (2) を繰り返す。

## 5 おわりに

本稿では、 地理情報システムのようにデータの参入や削除が行なわれる状況で、 必要が生じた時に必要となる母点に関するドロネーネーバを効率良く求める方式を提案した。提案方式では、 良好な動的性能を有する他、 必要となる小数の母点に対するドロネーネーバを算出するため, 母点の数によらず計算誤差の影響を受けにくいという利点も有している。

## 参考文献

[1] Franz Aurenhammer: Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure, ACM Computing Surveys Vol.23, No.3 (Sep.1991),345-403.

[2] Guibas, L. and Stolfi, J. : Primitives for the manipulation of general subdivisions and computations of Voronoi diagrams, ACM TOG Vol.4, No.2 (Apr.1985),74-123.