1Q－2

根軌跡法を用いたむだ時間を含む系における補償器の設計アルゴリズム

武蔵工業大学　久能義貴　山田新一　藤川英司　志田晃一郎

1 はじめに

制御系において補償器を設計する際には，その制御系の安定判別が重要となる．制御系がむだ時間要素を含まなければ，その安定判別は容易であるが，むだ時間要素を含む場合，その安定判別は，特性方程式が超越方程式となるため，計算が非常に困難となる [1]．本報告書では，根軌跡を用いて安定判別を行い，むだ時間を含む系において良好な応答が得られるように補償器を設計するアルゴリズムを提案する．

2 補償器設計アルゴリズムの提案

むだ時間要素の伝達関数は，

$$G_L(s) = e^{-Ls} \tag{1}$$

で表される．初めに述べたように，むだ時間要素を含んだ制御系において安定判別を行う場合，式 (1) の要素が入っているために特性方程式が超越方程式となり，計算が困難となる．一般に安定判別を行う際には，ナイキストの方法を用いるか，もしくはむだ時間要素を計算の容易な関数に近似し，近似的に計算を行う．本報告書で提案するのは，根軌跡法を用いた設計法である．ここでは，制御系が良好な応答を得るための仕様条件を，

- 速度偏差定数 (Kv)　≧ 50
- 行過ぎ量　≦ 30
- 立上り時間　≦ 0.5

として，位相遅れ補償器と位相進み補償器を順次決定し，補償器を設計する．そのアルゴリズムは以下の通りである．

Step 1: 制御対象の根軌跡を描かせる [2].

Step 2: 複素平面上の安定領域から，安定限界を計算する．

Step 3: 位相遅れ補償器の伝達関数を

$$G_1(s) = K\frac{s+ka}{s+a} \quad (k>1) \tag{2}$$

として，補償器の極 (-a) と零点 (-ka) を決定する．このとき，開ループ伝達関数は

$$G_0(s) = G_1(s)G_c(s) = K\frac{s+ka}{s+a}\cdot\frac{K_c e^{-Ls}}{s(s+p)} \tag{3}$$

p:制御対象の極，Kc:任意の定数

となり，これより速度偏差定数 Kv は，

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_0(s) = \frac{K_c}{p}Kk \tag{4}$$

となる．式 (4) と Step 2 で求めた安定限界から k の範囲を決定する．ここで，この補償器をループ中に挿入しても，系の相対安定性にほとんど影響を与えないようにするには，$G_1(S)$ の極 (-a) と零点 (-ka) とが十分に接近しダイポールになる必要がある．そこで補償器の極 (-a) と零点 (-ka) の差が最小かつ定常特性に対する仕様条件（速度偏差定数）を満足するように a および k を決定する [3].

Step 4:位相進み補償器の伝達関数を

$$G_2(s) = \frac{s+b}{s+nb} \quad (n>1) \tag{5}$$

として，速応性に対する仕様条件（立上り時間）を満足するように，n および b を決定する．このとき，開ループ伝達関数は

$$G_0(s) = G_2(s)G_c(s) = K\frac{s+b}{s+nb}\cdot\frac{K_c e^{-Ls}}{s(s+p)} \tag{6}$$

となり，速度偏差定数は

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_0(s) = \frac{K_c}{p}\frac{K}{n} \tag{7}$$

となるため，これから n を決定するためにゲイン K を求める必要がある．そのために，むだ時間要素を

[†]A Design Algorithm of Compensator for Systems with Time Delay Using Root Locus Method
Musashi Institute of Technology
Yoshiki Kunoh, Shin-ichi Yamada, Hideji Fujikawa, and Koichiro Shida

Padé の近似式を用いて

$$e^{-Ls} = 1 - Ls \tag{8}$$

と近似してゲインKを計算するのである．ゲインKは，補償要素を含んだ系の開ループ伝達関数の極と零点を一つのベクトルと考えて計算する．この場合，開ループ伝達関数は式(6)で与えられる．ここで，任意の点 s_1 へすべての極，零点から引いたベクトルを $\vec{A},\vec{B},\vec{C},\vec{D},\vec{E}$ とすると複素数 $G(s_1)$ は

$$G(s_1) = \frac{KK_c(s_1+b)(s-\frac{1}{L})}{s_1(s_1+p)(s_1+nb)} = \frac{KK_c\cdot\vec{D}\cdot\vec{E}}{\vec{A}\cdot\vec{B}\cdot\vec{C}} \tag{9}$$

となる．ここで，s_1 が根軌跡上の点であるためには，

$$G(s) = -1 + j0 \tag{10}$$

を満たさなければならないから，

$$G(s_1) = \frac{KK_c\cdot|\vec{D}|\cdot|\vec{E}|}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot|\vec{C}|} = 1 \tag{11}$$

が満足されなければならない．この関係を用いてゲインを計算する．

以上のように，速応性に対する仕様条件（立上り時間）を満足するように，n および b を決定する．

このようにして，ある制御対象に対する位相遅れ補償器，および位相進み補償器を設計する．

3 シミュレーション結果

上記のアルゴリズムによって行った主なシミュレーション結果を表1に示す．ただし，今回は制御対象の次数を二次に限定している．このように，設計が可能なものに関しては仕様条件をすべて満足している．しかし，むだ時間 $l = 0.2$ の場合のの伝達関数の極が−2.5以下の制御対象に関しては，設計が不可能である

4 おわりに

提案した設計アルゴリズムは，制御対象の根軌跡を用いて設計を行っているため，むだ時間要素を含む制御対象においても計算機を用いて容易に設計を行うことができる．問題点は設計の行える範囲が限られていることで，さらに改良が必要である．

参考文献

[1] 堀井　武夫，制御工学概論，コロナ社, 1974

[2] N. Adachi, T. Hara, H. Tokumaru, An algorithm for computing multivariable root loci by pivoting ,Int. J. Contr., vol. 41-1, pp. 39-72, 1985

[3] 伊藤　正美，自動制御概論，昭晃堂，1974

表 1: 主な制御対象における設計結果

制御対象	位相遅れ要素	位相進み要素	$K_V(\geqq 50)$	$T_r(\leqq 0.5)$
$\frac{2e^{-0.1s}}{s(s+2.5)}$	$\frac{s+0.0152}{s+0.001}$	$\frac{s+3.04}{s+15.32}$	50.10	0.05
$\frac{2e^{-0.1s}}{s(s+3)}$	$\frac{s+0.0114}{s+0.001}$	$\frac{s+4.66}{s+23.49}$	50.01	0.04
$\frac{2e^{-0.1s}}{s(s+4)}$	$\frac{s+0.0077}{s+0.001}$	$\frac{s+7.74}{s+39.01}$	50.02	0.03
$\frac{2e^{-0.2s}}{s(s+2.5)}$	設計不可能	—	—	—
$\frac{2e^{-0.2s}}{s(s+3)}$	$\frac{s+0.0169}{s+0.001}$	$\frac{s+3.30}{s+16.63}$	50.20	0.06
$\frac{2e^{-0.2s}}{s(s+4)}$	$\frac{s+0.0117}{s+0.001}$	$\frac{s+5.16}{s+26.01}$	50.04	0.05