

画像の小領域に基づく復元フィルタの構成

1U-5

谷口雅彦 工藤峰一 新保勝

北海道大学工学部

1. はじめに

画像復元の問題は何らかの劣化を受けた画像からその原画像を推定する問題である。現在までに画像復元を目的とするフィルタが数多く報告されている[2]。しかし、その多くが劣化の線形性の仮定する線形フィルタである。これらのフィルタでは劣化が非線形なものには対応できないことから、非線形な劣化に対応するフィルタを開発することが必要である。

非線形フィルタが連続である場合、ボルテラ級数によって記述される関数のクラスはある非線形作用素のクラスを任意の精度で近似できる[1]。本研究では、このボルテラ級数によって記述される非線形画像フィルタを画像の小領域から構成し、それをを用いた画像復元を試みる。

2. ボルテラ級数による非線形フィルタの表現

いま、原画像 $f \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 、劣化画像を $g \in \mathbb{R}^{M \times M}$ とする。劣化作用素 A は未知であるけれども、固定されている一対の例 (f, g) が与えられたとき、任意の画像 $h \in \mathbb{R}^{N \times N}$ に対し、 $\|h - BAh\|^2$ をできるだけ最小にする B を見い出すことが目的である。今回の枠組では、 A が未知である代わりに一つの例 (f, g) が与えられる。これだけでは、 $f = Bg$ ($g = Af$) を達成する作用素 B を見い出すのがせいぜいである。しかし、一般には、一つの例を完全に復元する B が必ずしも他の画像に関して良い結果を与える保証はない。そこで、 B の属するクラスを限定しつつ、その範囲内で $\|f - Bg\|^2$ を最小にすることを考える。

まず、劣化作用素 A を一様局所かつ移動不変の場合に限定する[2]。この場合、復元作用素 B も一様局所かつ移動不変と考えていい。そこで、 B に関して、ある点を中心とする有効な定義域の範囲を $m \times m$ の小領域

域として、 g から M^2 個の $m \times m$ の大きさの小領域 g^i ($i = 1, 2, \dots, M^2$) を得る。さらに、 g^i の中心座標と同じ位置にある f の画素を f^i とおく。この仮定により、復元例として一対の (g, f) でなく、 M^2 個の復元例 (g^i, f^i) ($i = 1, 2, \dots, M^2$) を得ることができる。

さらに B は連続であると仮定し、それを N 次のボルテラ級数で近似すると、

$$f^i = Bg^i = a_1 g_1^i + a_2 g_2^i + \dots + a_{m^2} g_{m^2}^i + a_{11} (g_1^i)^2 + a_{12} g_1^i g_2^i + \dots + a_{m^2 m^2} (g_{m^2}^i)^2 + \dots + a_{\underbrace{11 \dots 1}_N} (g_1^i)^N + \dots + a_{\underbrace{m^2 m^2 \dots m^2}_N} (g_{m^2}^i)^N$$

となる。ここで、 g_j^i は小画像 g^i の j 番目の画素を表す。また、 (k_1, k_2, \dots, k_n) ($1 \leq n \leq N$) は $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_n$ を満たす、集合 $\{1, 2, \dots, m^2\}$ の任意の n 個組を表すことにすると、この式は

$$f^i = Bg^i = \sum_{n=1}^N \sum_{(k_1, k_2, \dots, k_n)} a_{k_1 k_2 \dots k_n} g_{k_1}^i g_{k_2}^i \dots g_{k_n}^i \quad (1)$$

と書ける。ここで、さらに

$$g^i = (g_1^i g_2^i \dots g_{m^2}^i (g_1^i)^2 g_1^i g_2^i \dots (g_{m^2}^i)^N)^t$$

(ただし、 t は転置を表す)、

$$a = (a_1 a_2 \dots a_{m^2} a_{11} a_{12} \dots a_{\underbrace{m^2 \dots m^2}_N})^t$$

とし、 \mathcal{N} は 0 次を除く N 次以下の多項式の総数を表すならば、式(1)は

$$f^i = (g^i)^t a \quad (i = 1, 2, \dots, M^2)$$

と簡単に書ける。加えて、

$$G = \begin{pmatrix} (g^1)^t \\ (g^2)^t \\ \vdots \\ (g^{M^2})^t \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ \vdots \\ f^{M^2} \end{pmatrix}$$

Construction of a Restoration Filter Based on the Portions of an Images.
Masahiko Taniguchi, Mineichi Kudo, Masaru Shimbo.
Faculty of Eng., Hokkaido Univ.
Kita 13, Nishi 8, Sapporo 060, Japan.

を導入することで、結局、式(1)は線形方程式

$$F = Ga \quad (2)$$

の形に書ける。

式(2)の解を考察する。本研究では G は $M^2 \times N$ の行列であることに注意して、また、一般に $N < M$ であることを考慮して場合分けをし

1. ($\text{rank}(G) = N$ の場合)

$\|F - Ga\|^2$ を最小にする a を採用

2. ($\text{rank}(G) < N$ の場合)

$F = Ga$ を満たす a のうちノルム最小のものを採用

することにする。 G のムーア-ペンローズの一般逆 G^+ を採用することで、両方の場合を同時に満たす a を得る。特に後述するように、すべての復元例(g^i, f^i)を使わずに、その一部で G の代わりをさせると上記2の場合が起こる。

3. 計算機上でのフィルタの実現

式(2)を解く上で、行列 G はかなり大きな行列となる。そのため、 G を直接用いて式(2)を解く方法の他に、 M^2 個の小画像の中から N 以上の幾つかの小画像からなる G' を用いることも考える。次の三種類のフィルタを構成する。

(方法1) G^+ を用いる。

(方法2) M^2 個の g^i からランダムに g_{k_1}, \dots, g_{k_N} を選び、それらを列の要素とした G' に対する $(G')^+$ を用いる。

(方法3) 一組の自然な劣化対を用いるのではなく、劣化後もなるべく $\text{rank}(G')$ を大きくするような独立な N 個のモザイク小画像を劣化させ、それらの対を例として用いる。

4. 実験

実験は画像データベースSIDBAの画像を用いた。画像サイズは 128×128 画素で、濃度値は0から255までの値をとる。非線形劣化の例として、分散1の標準正規分布を使って原画像を劣化させ、さらに各画素ごとに常用対数を取り、10倍する劣化を採用した。フィルタを $m=3, N=2$ として、前節で述べた三手法で構成した。

実験の方法は、ある一対の原画像と劣化画像の組を与え、そこから非線形フィルタを構成し、他の同様な劣化を受けた画像に対し復元を行なった。

1. 一枚の原画像と劣化画像における M^2 個の $m \times m$ の大きさの小画像のすべてから画像の情報を抽出し、(方法1)でフィルタを構成する。
2. 同様の原画像と劣化画像における M^2 個の小画像の中からランダムに N 個の対を取り出し、(方法2)でフィルタを構成する。
3. 式(2)の行列 G' の階数が大きくなるように N 個の $m \times m$ のモザイクパターンを一枚の画像に埋め込んで劣化させ、(方法3)を用いてフィルタを構成する。

(方法2)については $\text{rank}(G')$ があまり小さくなくとも良好な復元結果を得ることができている。(方法3)は $\text{rank}(G')$ は大きくとることができたものの、(方法2)と同等かむしろ劣る復元結果であった。このことは真の復元作用素 B と二次の近似多項式ではかなりの隔たりがあったことを意味し、精度良く多項式近似するより、むしろ発生頻度の高い小画像を精度良く近似する方が良い結果を与えることを示している。(方法1)についての結果の詳細は当日発表する。

5. まとめ

劣化作用素を非線形連続で一様局所かつ移動不変なものとして、一組の原画像と劣化画像から非線形フィルタを構成する方法を検討した。そのフィルタを同じ劣化を受けた別の画像に適応して見た結果、比較的良好な結果が見られた。今後は雑音の影響なども考察する予定である。

文献

- [1] 近藤, 松尾: "パターンに対する非線形情報処理機能の解析", 信学論(D), Vol.J63-D, No.10(1980), pp.867-874.
- [2] 小川: "信号と画像の復元 [I],[II],[III],[IV]", 信学誌, Vol.71, Nos.5-8(1988), pp.491-497/593-601/739-748/828-835.
- [3] 原島, 荒川, 藤井: "非線形デジタルフィルタと信号処理", 信学論(A), Vol.J71-A, No.2(1988), pp.143-154.