

5T-9

超並列計算のための領域分割並列実行法における境界条件更新方法の提案と評価

中川智仁 海永正博

日立製作所システム開発研究所

1. はじめに

近年、次世代の超高速計算機として、超並列計算機が期待されている。このうち、現在は分散メモリ型MIMD (multiple instruction stream multiple data stream) 計算機が主流となっている。分散メモリ型の計算機では、プロセッサ・エレメント (以下PE) 間のデータ転送が演算性能を著しく低下させるため、データ転送の頻度の少ない計算方法が求められている。このような計算方法のうち、領域分割並列実行法が注目されている。本報では、いわゆる(偏微分方程式などの)境界値問題を領域分割並列実行法によって解析する場合において、超並列計算機で実行させた場合に予想される問題点とその対策について考察した。

2. 領域分割並列実行法

領域分割並列実行法は、与えられた問題を複数の部分問題に分割する。例えば、 n PEで処理する場合、対象とする領域を n 分割(以下、分割された領域の各部分を部分領域と呼ぶ)し、与えられた境界値問題を各部分領域ごとの n 個の境界値問題を解くことに帰着させる。部分領域間の境界(以下、内部境界)での境界条件(以下、内部境界条件)が与えられないため、適当に初期値を与えて解析を行う。各部分領域の解析後、部分領域間で整合するように境界条件を更新し、再び各部分領域ごとに解析を行う。この処理を境界値が収束するまで繰り返す。このような領域分割並列実行法は、高い並列化効率を得られることが報告されている[1], [2]。

3. 超並列実行時に予想される問題点

図1には、実際に計算が進行する様子を示した。ここではその一部に着目している。尚、点線の境界は完全に未知であり、実線の境界は一定の計算結果が反映されていることを示す。領域1の左端は外界と接していて境界条件が与えられている。1回目の計算で、領域1だけは左端の境界が既知であり、部分的ではあるが真の境界条件が考慮されて計算されるが、領域2と領域3は境界条件が全て未知(従って適当に初期設定する)であるため、事実上意味の無い計算である。2回目の計算において、領域2では領域1の計算結果が考慮されるが、領域3は無意味な計算である。このように、計算の効果は一回の反復計算で隣接領域にのみ伝搬する。従って、部分領域数の多大な超並列実行時

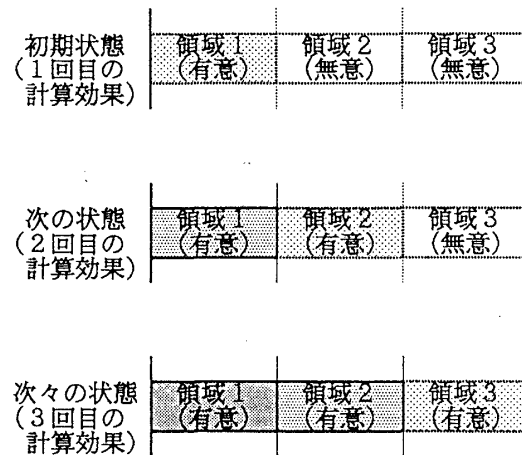


図1 領域分割並列実行法の計算過程

A Method to modify Inner Boundary Conditions on a Domain Decomposition Method.

Motohito Nakagawa, Masahiro Kainaga

Systems Development Laboratory, Hitachi, Ltd.

には、位置的に離れている部分領域の計算は大きく遅れる。さらに、位置的に収束性が異なる条件の下では、画一的に周囲の部分領域と境界条件を更新すると、相対的に計算の遅れた部分領域の結果を用いて境界条件を更新する場合（逆方向の更新）が生じ、計算の進行を抑制する恐れがある。

4. 提案法

ここでは、境界条件の更新に際して、それに方向性を付与した。すなわち、各部分領域の計算の進行過程を評価し、それに基づいて、境界条件の更新方法を変えることで、逆方向の境界条件の更新を抑制する。具体的には、次のように重みを付けて更新する。

$$\Gamma_{ij}(k) = (1 - \alpha_{ij}(k)) * \gamma_j(k-1) + \alpha_{ij}(k) * \gamma_i(k-1)$$

ここで、 $\Gamma_{ij}(k)$ は（ k 回目の反復計算時に）部分領域 i の計算に用いられる、部分領域 j との内部境界で与えられた境界条件を意味する。また、 $\gamma_i(k)$ は（ k 回目の反復計算の）計算結果に基づいて計算された境界条件であり、 $\alpha_{ij}(k)$ は（ k 回目の反復計算時の）重み係数である。

ここで、従来法は $\alpha_{ij}(k)$ が全て一定の場合に相当する。提案法では、境界条件の更新方向を正方向（計算の進んだ部分領域の結果を用いて計算の遅れた部分領域の境界条件を更新する）と逆方向（正方向の逆）とに場合を分け、重み係数を与える。この重み係数の与え方は、計算の進行過程の評価の仕方、静的評価法と動的評価法の二者を検討した。静的評価法は、3節で示した計算過程に基づき、真の境界条件の効果が伝達する最短経路を評価し、その距離（介在する部分領域数）を指標とする。この経路が短いほど計算が進行していることが期待できることから、この評価指標の大小関係により、方向性が与えられる。動的評価法は、計算過程をモデル化し、各部分領域の計算の進行レベルを評価する。この評価指標に基づいて、方向性を付与する。

5. 評価

ここでは、動的評価法に基づき、正方向では従来の方法を用い、逆方向で評価指標を重み係数とした場合について、動的評価法で用いた計算モデルに基づいて評価した。要素領域数（PEの数）と性能向上比（従来法と提案法の収束回数の逆比）との関係を図2に示す。この例では、PE数が高々数十の場合はそれほどでもないが、数百PE以上では有効性が期待できる。

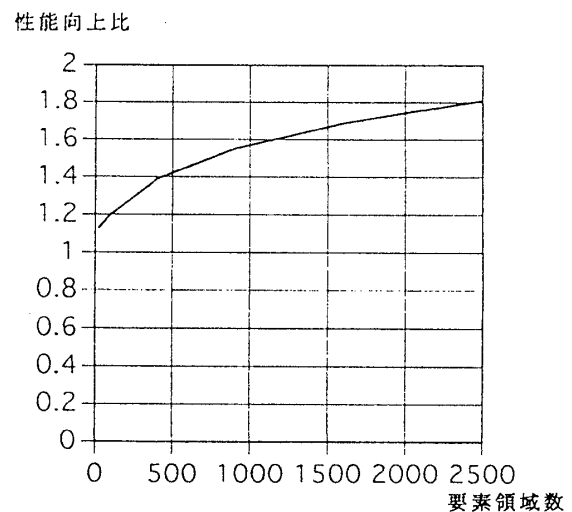


図2 要素領域数と性能向上比の関係

6. おわりに

本報では、超並列計算機で領域分割並列実行法を適用する場合の問題点を示し、新しい境界条件の更新方法の概要を示した。

参考文献

- [1] 吉岡他: 大規模・超高速計算力学のためのネットワーク・コンピュータの手法の開発: 日本機械学会論文集(A編) 57-541, pp. 1964-1972(1991)
- [2] 太田他: 領域分割並列処理による直接シミュレーションモンテカルロ法の計算速度向上: 日本機械学会論文集(B編) 57-540, pp. 2696-2701(1991)