プロダクション規則と局所評価関数にもとづく計算モデル CCM — その拡張と 0–1 整数計画問題への適用 —*

4T－2

金田　泰　(新情報処理開発機構 つくば研究センタ)

1. はじめに

報告者は局所的部分的な情報にもとづく自己組織的な計算をめざして，化学的キャスティング・モデル (CCM) という計算モデルを提案している [Kan 92, Kan 93]．CCM は化学反応系とのアナロジーをつかい，プロダクション・システムにもとづく計算モデルである．CCM の特徴は，適用対象データに関する局所的な評価関数によってプロダクション規則の適用が制御される，非決定的あるいは確率的に動作する，手続き的な解法よりはるかに単純なプログラムで問題がとけるなどである．これまでに N クウィーン問題，彩色問題，巡回セールスマン問題などへの CCM の適用を試行したが，ここではそれを拡張して 0–1 整数計画問題に適用した結果を報告する．

2. 0–1 整数計画問題の記述

整数計画問題は線形計画問題における変数値を整数に制限した問題である．整数計画問題は NP 困難な問題であるから，分枝限定法のためのよいヒューリスティックがしられてはいるが，線形計画問題に比較して解決可能な問題の規模がかぎられている [Iba 93]．この報告では変数値を 0 または 1 に制限した 0–1 整数計画問題，しかも係数が正の整数値であるつぎのような問題だけをあつかう：

目的関数 $z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ を制約条件 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ のもとで最小化する $(x_j \in \{0, 1\}$, $0 \le c_j < 2^5, 0 \le a_{ij} < 2^5)$.

CCM については金田 [Kan 92] などを参照されたい．CCM を 0–1 整数計画問題に適用する理由は，これが最適化問題のひとつの典型であり，またおおくの最適化問題が整数計画問題として定式化されるという意味で重要だからである．ただし，かならずしも CCM にもとづく方法をこの問題の実用的な解法とすることをめざしているわけではない．

CCM においては，従来のプログラミング言語におけるプログラムのことをキャスタとよぶ．キャスタは**反応規則**とよばれるプロダクション規則と，局所秩序度とよばれる評価関数とで構成される．また，キャスタが作用するデータの集合を**作業記憶**とよぶ．以下では，かんたんのため制約条件数 m が 1 のとき，すなわち Knapsack 問題についてのべる．

Knapsack 問題の解をもとめるとき，作業記憶には 1 個の sum 型のデータ Z と，n 個の var 型のデータ X_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ をおく．Z は要素として目的関数値 *fval*，制約条件式の左辺の値 *cval*，その右辺の値すなわち最大値 *cmax* $(= b_1)$ をもつ．また X_j は変数 x_j に関する情報をもつが，その要素として変数値 *value*，目的関数における係数 c_j をあらわす *fweight*，制約条件における係数 a_{1j} をあらわす *cweight* をもつ．

ここでは，もっとも単純なキャスタをしめす．このキャスタにおいては，いずれの型のデータも 1 個ずつあたえられる．反応規則を図 1 に図示する[注1]．このキャスタでは，局所秩序度は sum 型のデータについてだけ定義される．sum 型のデータ Z に関する局所秩序度 $o(Z)$ はつぎのように定義される．

$$o(Z) = \begin{cases} Z.fval & \textbf{if } Z.cval \le Z.cmax \\ \infty & \textbf{if } Z.cval > Z.cmax \end{cases}$$

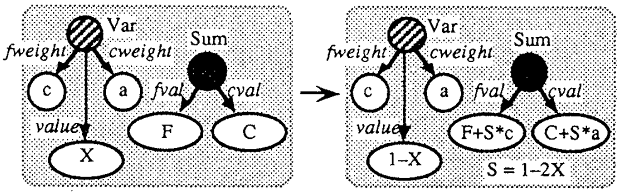

図 1　Knapsack 問題のための反応規則

CCM においては，作業記憶にふくまれるどのデータにも反応規則が適用できなくなるまで，くりかえしそれを適用する．その際には確率的に選択された適用対象データの局所秩序度が評価され，その和 (**インスタンス秩序度**とよぶ) が適用によって増加するときだけ実際に反応規則を適用する．上記のキャスタでは反応規則は変数値を 0 から 1 に，またはその逆にかきかえる．それによって制約条件をみたす範囲でよりよい解がもとまるときだけ適用する．このキャスタは局所的な情報にもとづいて計算するにもかかわらず，単純なやまのぼり法を実現している．

$n \ge 1$ の一般の 0–1 整数計画問題のキャスタの記

* Computation model CCM, based on production rules and local evaluation functions — Its extension and application to 0–1 integer programming problems —, by Yasusi Kanada, Real-World Computing Partnership. E-mail: kanada@trc.rwcp.or.jp.

注1 実行するためには SOOC-92 というプログラミング言語によって記述する [Kan 93]．後述の実測結果もこれによる．

述は省略する．そこでは各データがすべての制約式の係数や値を保持する点が Knapsack 問題のキャスタとはことなるが，他はかわらない．

3. 局所最大点からの脱出法

前記のキャスタは単純なやまのぼり法を実行するため，容易に局所最大点におちいる．この問題を解決するためにより知的な反応規則をあたえることもできるが，単純なキャスタをつかって機械的によりよい解をもとめるため，2 つの方法を試行した．この章で各方法を説明し，次章で実験結果をしめす．

3.1 シミュレーテッド・アニーリング

第 1 の方法はシミュレーテッド・アニーリング (SA) である．これまでの CCM においては局所秩序度が減少するときには反応規則を適用しなかったが，このときも適当な確率で適用するようにする．すなわち，インスタンス秩序度の差と反応規則の適用確率との関係を，ボルツマンマシンにならって，図 2 に例示した Sigmoid 関数 ($f(x) = 1/(1+e^{-x/T})$) とする．

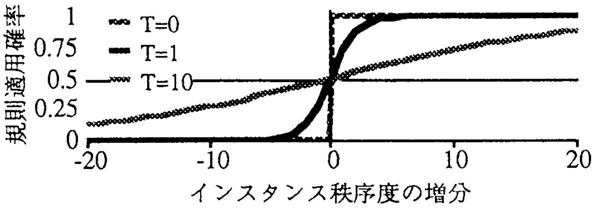

図 2　インスタンス秩序度と規則適用確率との関係

3.2 反応規則の合成

第 2 の方法である反応規則の合成とは，反応規則を連続して適用するのと等価な反応規則をつくることである．合成しても適用されたときの結果はかわらないが，合成規則をつかえばもとの反応規則の連続適用途中の状態でのインスタンス秩序度の値を計算しないため，秩序度の谷をこえることができる．

前記の Knapsack 問題の反応規則を l 回合成するということは，l 個の変数値を一度に変更することを意味する．指数分布にちかい乱数によって決定した合成回数の上限までの範囲で，インスタンス秩序度が増加するような合成回数を動的に決定している．

4. 実測結果

制約条件数 m は 10 で固定し，$n = 10, 20, 30, 40$ のばあいについてランダムに各 100 題の問題をつくり，各問題を 5 〜 16 回実行した結果をしめす．なお，比較のための最適解は分枝限定法によってもとめた．

(1) **単純な方法 (第 2 章の方法)**：$n = 10$ のとき最適解がもとめられた確率 (頻度) は1.2 % だった．$n \geq 20$ のときはまったく最適解がもとめられなかった．

(2) **SA をつかう方法**：適当な温度スケジュリングにより $n = 10$ では最適解が 42 % の確率でもとめられた．しかし $n \geq 20$ では温度を非常にゆっくり下降させてもまったく最適解はもとめられなかった．

(3) **反応規則の合成をつかう方法**：実験したすべての n の値において 37 % 以上の頻度で最適解がもとめられた．図 3 の各折れ線の左端の y 座標が 1 回の試行で最適解がもとまる確率である．この図はさらに 2 〜 16 回計算を反復して最良の解をとったときにそれが最適である確率と，それぞれの計算に必要な CPU 時間の総計とをしめしている．

(4) **反応規則の合成と SA の併用**：これらの方法を併用しても，前者だけをつかう方法と比較して最適解がもとまる確率に有意な差はみられなかった．

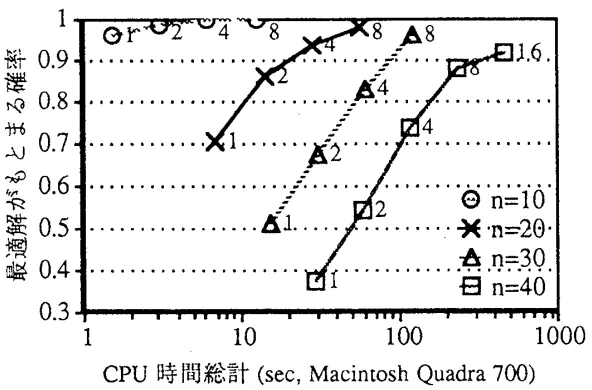

図 3　反応規則の合成をつかう方法の実測結果

5. 結論

CCM にもとづいて 0–1 整数計画法をとく単純なキャスタをそのままつかうか SA をつかうかしても，$n \geq 20$ ではよい近似解はもとめられなかった．しかし，規則の合成によって $n = 40$ のときも 37 % 以上の確率で最適解がもとめられた．この実験ではユーザレベルで規則の合成を記述したが，0–1 整数計画問題に関するかぎりはその自動化は容易であり，そうすれば非常に単純な反応規則と局所秩序度を記述するだけで高確率で最適解がもとまるようになる．

参考文献

[Kan 92] 金田　泰：自己組織系としての計算システム — ソフトウェア研究への 2 つの提案 —, *夏のプログラミング・シンポジウム報告集*, 1992.

[Kan 93] 金田　泰，廣川 真男：プロダクション規則と局所評価関数による制約充足問題の解法，*情報処理学会記号処理研究会*, 1993.3.

[Iba 93]　茨木 俊秀：離散最適化法とアルゴリズム，*岩波講座　応用数学 [方法 8]*, 岩波書店, 1993.